

## Геометрия

1. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ . Известны углы:  $\angle BCA = 40^\circ$ ,  $\angle BAC = 50^\circ$ ,  $\angle BDA = 20^\circ$ ,  $\angle BDC = 25^\circ$ . Найдите угол между диагоналями данного четырехугольника.
2.  $P$  — точка пересечения касательных в точках  $A$  и  $B$  к окружности  $\omega$  с центром  $O$ . Через произвольную точку  $M$  на отрезке  $AB$  провели прямую, перпендикулярную  $OM$ . Эта прямая пересекла прямые  $PA$  и  $PB$  в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $M$  — середина отрезка  $CD$ .
3. Даны две скрещивающиеся прямые. Все прямые, которые пересекают обе данные, красят в красный цвет. Найдите все точки пространства, которые останутся неокрашенными.
4. Существует ли выпуклая фигура, которой нельзя накрыть полукруг радиуса 1, но двумя копиями которой можно накрыть круг того же радиуса?
5. В треугольнике  $ABC$  точки  $A_1$  и  $B_1$  — середины высот, опущенных из вершин  $A$  и  $B$ ,  $M$  и  $S$  — середина  $AB$  и основание высоты из вершины  $C$  соответственно. Докажите, что точки  $A_1, B_1, M, S$  лежат на одной окружности.