Транснеравенство

1. **Транснеравенство.** Даны два набора чисел $a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots \geqslant a_n$ и $b_1 \geqslant b_2 \geqslant \ldots \geqslant b_n$ и перестановка σ на множестве $\{1, \ldots, n\}$. Тогда:

$$a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_nb_n \geqslant a_1b_{\sigma(1)} + \ldots + a_nb_{\sigma(n)} \geqslant a_1b_n + a_2b_{n-1} + \ldots + a_nb_1$$

2. *Неравенство Чебышёва* В условиях предыдущей задачи:

$$\frac{a_1b_1 + \ldots + a_nb_n}{n} \geqslant \frac{a_1 + \ldots + a_n}{n} \cdot \frac{b_1 + \ldots + b_n}{n}$$

3. Докажите $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geqslant \frac{a+b+c}{abc}$.

Для положительных a, b, c докажите

4. $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geqslant a + b + c$.

5. $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} \leqslant \frac{3(ab+bc+ac)}{2(a+b+c)}$.

6. $a^a b^b c^c \geqslant (abc)^{(a+b+c)/3}$.