

## Агаханов пикчерз представляет

1. Известно, что  $(a + b + c) \cdot c < 0$ . Докажите неравенство  $b^2 > 4ac$ .
2. Докажите, что стороны любого неравностороннего треугольника можно либо все увеличить, либо все уменьшить на одну и ту же величину так, чтобы получился прямоугольный треугольник.
3. Длины сторон многоугольника равны  $a_1, \dots, a_n$ . Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что  $f(a_1) = f(a_2 + \dots + a_n)$ . Докажите, что если  $A$  — сумма длин нескольких сторон многоугольника,  $B$  — сумма длин остальных его сторон, то  $f(A) = f(B)$ .
4. Приведённый квадратный трехчлен с целыми коэффициентами в трех последовательных целых точках принимает простые значения. Докажите, что он принимает простое значение по крайней мере еще в одной целой точке.
5. На оси  $Ox$  произвольно расположены различные точки  $x_1, \dots, x_n$ ,  $n \geq 3$ . Построены все параболы, задаваемые приведёнными квадратными трехчленами и пересекающие ось  $Ox$  в данных точках (и не пересекающие её в других точках). Пусть  $y = f_1(x), \dots, y = f_m(x)$  — соответствующие параболы. Докажите, что парабола  $y = f_1(x) + \dots + f_m(x)$  пересекает ось  $Ox$  в двух точках.
6. Для квадратного трехчлена  $f(x)$  и некоторых действительных чисел  $a, b, c$  выполнены равенства:  $f(a) = b + c$ ,  $f(b) = a + c$ ,  $f(c) = a + b$ . Докажите, что среди чисел  $a, b$  и  $c$  есть равные.
7. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что уравнение  $f(x) = x$  не имеет действительных корней. Докажите, что  $f(f(x)) = x$  также не имеет действительных корней.
8. Даны два квадратных трехчлена, имеющих корни. Известно, что если в них поменять местами коэффициенты при  $x^2$ , то получатся трехчлены, не имеющие корней. Докажите, что если в исходных трехчленах поменять местами коэффициенты при  $x$ , то получатся трехчлены, имеющие корни.
9. Пусть  $f(x) = x^2 + x + p$ ,  $p$  — натуральное. Докажите, что если  $f(0), f(1), \dots, f(\lfloor p/3 \rfloor)$  — простые числа, то все числа  $f(0), f(1), \dots, f(p-2)$  также простые.