

## Принцип крайнего как лекарство от комбинаторной геометрии

1. Из точки  $O$  выходит несколько лучей. Угол между любыми двумя меньше  $120^\circ$ . Докажите, что найдутся два луча такие, что все остальные содержатся в угле между ними.
2. Несколько прямых общего положения разбивают плоскость на части. Докажите, что хотя бы одна из этих частей — угол.
3. Длина наибольшей стороны треугольника равна 1. Докажите, что три круга радиуса  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  с центрами в вершинах покрывают треугольник целиком.
4. Докажите, что из любых пяти точек общего положения можно выбрать четыре, являющиеся вершинами выпуклого четырехугольника.
5. Существует ли такой выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ , что все углы  $ABD$ ,  $BCE$ ,  $CDA$ ,  $DEB$  и  $EAC$  — тупые?
6. Докажите, что для любой точки  $O$  внутри выпуклого многоугольника найдется сторона  $l$  такая, что проекция  $O$  на прямую, содержащую  $l$ , лежит на  $l$ .
7. Докажите, что в любом многоугольнике можно провести несколько диагоналей, пересекающихся только в вершинах, которые разбили бы многоугольник на треугольники.
8. Конечное множество точек на плоскости удовлетворяет следующему условию: для любых двух точек множества на прямой, их соединяющей, найдется третья точка из множества. Докажите, что все точки множества лежат на одной прямой.