

Соответствия и двойной подсчёт. Добавка

1. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?
2. Может ли оканчиваться на 3 сумма делителей числа (считая единицу и само число), оканчивающегося на 3?
3. По кругу расставлены красные и синие числа. Каждое красное число равно сумме соседних чисел, а каждое синее — полусумме соседних чисел. Докажите, что сумма красных чисел равна нулю.
4. При посадке в самолет выстроилась очередь из n пассажиров, у каждого из которых имеется билет на одно из n мест (на каждое место есть ровно по одному билету). Первой в очереди стоит сумасшедшая старушка. Она вбегает в салон и садится на случайное место (возможно, и на свое). Далее пассажиры по очереди занимают свои места, а в случае, если свое место уже занято, садятся случайным образом на одно из свободных мест. Какова вероятность того, что последний пассажир займет свое место?