

Соответствия

1. Дан выпуклый n -угольник такой, что никакие три его диагонали не пересекаются в одной точке. Найдите количество точек пересечения диагоналей данного многоугольника (не являющиеся вершинами многоугольника).
2. На клетчатой бумаге изображен квадрат, сторона которого уместает ровно n клеток. Сколько в этом квадрате можно уместить различных
 - (а) квадратов? (б) прямоугольников?
 - (с) букв «Г» (в том числе и как угодно перевернутых)? Здесь буква «Г» — это объединение двух прямоугольников $1 \times n$ и $m \times 1$, пересекающихся своими концами, где $m, n > 1$.
(Стороны фигур проходят по сторонам сетки.)
3. Докажите, что количество разбиений числа n в сумму не более чем k слагаемых, равно количеству разбиений числа n в сумму слагаемых, не превосходящих k .
4. Докажите, что количество разбиений числа n в сумму различных слагаемых равно количеству разбиений числа n в сумму нечетных слагаемых.
5.
 - (а) Рассмотрим набор чисел $\{a_1, \dots, a_{2n+1}\}$, где каждое равно ± 1 и сумма всех чисел набора равна единице. Докажите, что набор можно циклически сдвинуть так, что все частичные суммы будут положительны.
 - (б) Сколько последовательностей $\{a_1, a_2, \dots, a_{2n}\}$, состоящих из единиц и минус единиц, обладают тем свойством, что $a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} = 0$, а все частичные суммы $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ неотрицательны?
 - (с) Сколько существует способов расставить скобки в произведении $x_0 \cdot x_1 \cdot \dots \cdot x_n$ так, чтобы порядок умножений был полностью определен?
6. Рассмотрим последовательность из n натуральных чисел. Будем называть её *уморительной*, если вместе с каждым $k \geq 2$ в последовательность входит также и число $k - 1$, причем первое вхождение $k - 1$ до последнего вхождения k . Сколько уморительных последовательностей существует?