

Вписанные углы

1. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Третья окружность с центром P пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую — в точках C и D . Докажите, что $\angle AQD = \angle BQC$.
2. Из точки M , двигающейся по окружности, опускаются перпендикуляры MP и MQ на диаметры AB и CD . Докажите, что длина отрезка PQ не зависит от положения точки M .
3. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
4. Докажите, что в остроугольном треугольнике середины двух высот, основание третьей и ортоцентр лежат на одной окружности.
5. На диагонали AC ромба $ABCD$ взята произвольная точка E , отличная от точек A и C , а на прямых AB и BC — точки N и M соответственно так, что $AE = NE$ и $CE = ME$. Пусть K — точка пересечения прямых AM и CN . Докажите, что точки K , E и D лежат на одной прямой.
6. Дан выпуклый шестиугольник $ABCDEF$. Известно, что $\angle FAE = \angle BDC$, а четырехугольники $ABDF$ и $ACDE$ являются вписанными. Докажите, что прямые BF и CE параллельны.