

Упорядочивание. КомбиГеом

1. На плоскости отмечено $2n + 2$ точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно выбрать из них две так, что прямая, проходящая через них делит остальные $2n$ точек поровну.
2. На плоскости расположено $4n$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно выбрать n непересекающихся четырехугольников (не обязательно выпуклых) с вершинами в этих точках.
3. На плоскости расположены $2n + 3$ точки так, что никакие три не лежат на одной прямой и никакие четыре не лежат на одной окружности. Докажите, что среди них найдутся три, окружность проходящая через которые содержит внутри ровно n из этих точек.
4. На прямой дано $2n + 1$ отрезков. Известно, что каждый пересекается не менее, чем с n из оставшихся. Доказать, что найдется отрезок, который пересекается со всеми.
5. На плоскости дано $\lceil \frac{4}{3}n \rceil$ прямоугольников со сторонами параллельными линиям сетки. Причем известно, что каждый пересекается хотя бы с n из оставшихся. Докажите, что существует прямоугольник, который пересекается со всеми.