

## Упорядочивание

1. Докажите, что цифры любого шестизначного числа можно переставить так, что сумма первых трех будет отличаться от суммы остальных не более, чем на 9.
2. Пусть каждое из  $2n$  различных натуральных чисел  $a_1, \dots, a_{2n}$  не превосходит  $n^2$  ( $n > 2$ ). Докажите, что среди попарных разностей найдутся хотя бы три равные.
3. Каждое из семи различных натуральных чисел не превосходит 1706. Докажите, что среди них найдутся три,  $a$ ,  $b$  и  $c$ , такие, что  $a < b + c < 4a$ .
4. В таблице  $10 \times 10$  записаны числа от 1 до 100. В каждой строке выбирается третье по величине число. Докажите, что сумма этих чисел не меньше суммы чисел хотя бы в одной из строк.
5. Обозначим через  $a$  и  $A$  соответственно наименьшее и наибольшее из  $n$  различных натуральных чисел. Докажите, что их НОК не меньше  $na$  и их НОД не больше  $A/n$ .
6. Докажите, что из 69 различных натуральных чисел, не превосходящих 100, можно выбрать четыре  $a, b, c, d$  так, что  $a < b < c$  и  $a + b + c = d$ . Верно ли это для 68 чисел?
7. Докажите, что из 25 различных натуральных чисел можно выбрать два, сумма и разность которых не совпадают ни с одним из оставшихся 23.