

## Квадратный трёхчлен. Добавка

11. Угол, образованный лучами  $y = x$  и  $y = 2x$  при  $x \geq 0$ , отсекает на параболе  $y = x^2 + px + q$  две дуги. Эти дуги спроектированы на ось  $Ox$ . Докажите, что проекция левой дуги на 1 короче проекции правой.
12. У квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$  коэффициенты  $p$  и  $q$  увеличили на единицу. Эту операцию повторили девять раз. Могло ли оказаться, что у каждого из десяти полученных уравнений корни — целые числа?
13. Миша решил уравнение  $x^2 + ax + b = 0$  и сообщил Диме набор из четырех чисел — два корня и два коэффициента этого уравнения (но не сказал, какие именно из них корни, а какие — коэффициенты). Сможет ли Дима узнать, какое уравнение решал Миша, если все числа набора оказались различными?
14. На оси  $Ox$  произвольно расположены различные точки  $X_1, \dots, X_n$ , причем  $n \geq 3$ . Построены все параболы, задаваемые приведёнными квадратными трёхчленами и пересекающие ось  $Ox$  в двух из данных точек. Пусть  $y = f_1(x), \dots, y = f_m(x)$  — трёхчлены, задающие эти параболы. Докажите, что парабола  $y = f_1(x) + \dots + f_m(x)$  пересекает ось  $Ox$  в двух точках.