

Тригонометрия такая тригонометрия

1. Упростите выражение: $\cos(a) \cdot \cos(2a) \cdot \cos(4a) \cdot \dots \cdot \cos(2^{n-1}a)$.
2. Для каких значений x выполняется неравенство $2^{\sin^2(x)} + 2^{\cos^2(x)} \geq 2\sqrt{2}$?
3. Решите уравнение $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$.
4. Докажите, что при $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos(\sin(\varphi)) > \sin(\cos(\varphi))$.
5. Пусть A — произвольный угол, B и C — острые углы. Всегда ли существует такой угол X , что

$$\sin(X) = \frac{\sin(B) \cdot \sin(C)}{1 - \cos(A) \cdot \cos(B) \cdot \cos(C)} ?$$

6. Докажите равенство: $\operatorname{tg}(20^\circ) \cdot \operatorname{tg}(40^\circ) \cdot \operatorname{tg}(80^\circ) = \sqrt{3}$.
7. Докажите равенство:

$$\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{3\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{5\pi}{15} \cdot \cos \frac{6\pi}{15} \cdot \cos \frac{7\pi}{15} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 .$$

8. Даны различные натуральные числа a и b . На координатной плоскости нарисованы графики функций $y = \sin(ax)$ и $y = \sin(bx)$ и отмечены все точки их пересечения. Докажите, что существует натуральное число c , отличное от a и b и такое, что график функции $y = \sin(cx)$ тоже проходит через все отмеченные точки.