

## Квадратный трёхчлен

1. Один из двух приведенных квадратных трехчленов имеет два корня меньших тысячи, другой — два корня больших тысячи. Может ли сумма этих трехчленов иметь один корень меньший тысячи, а другой — больший тысячи?
2. Даны вещественные числа  $x_1, x_2, y_1, y_2$  такие, что  $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$  и  $x_1x_2 = y_1y_2$ . Докажите, что наборы  $\{x_1, x_2\}$  и  $\{y_1, y_2\}$  совпадают.
3. На плоскости по трем прямым с постоянными скоростями движутся три точки (каждая по своей прямой). Докажите, что или эти точки всегда лежат на одной прямой или найдется не более двух моментов, когда через них можно провести прямую.
4. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного уравнения  $x^2 - 3x - 5 = 0$ . Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:  
(а)  $x_1 + \frac{1}{x_1}$  и  $x_2 + \frac{1}{x_2}$ ;      (б)  $x_1 + \frac{1}{x_2}$  и  $x_2 + \frac{1}{x_1}$ .
5. Известно, что  $(a + b + c) \cdot c < 0$ . Докажите, что  $b^2 > 4ac$ .
6. В квадратном уравнении  $x^2 + px + q = 0$  коэффициенты  $p$  и  $q$  независимо пробегает все значения от  $-1$  до  $1$ . Найдите множество значений, которые могут при этом принимать действительные корни этого уравнения.
7. Рассмотрим графики функций  $y = x^2 + px + q$ , которые пересекают оси координат в трех различных точках. Докажите, что все окружности, описанные около треугольников с вершинами в этих точках, имеют общую точку.
8. Может ли у квадратного трехчлена с целыми коэффициентами дискриминант равняться 2007?
9. Прожектор установлен так, что освещает внутренность параболы (ось параболы не обязательно параллельна  $Ox$ ). Можно ли конечным числом таких прожекторов осветить всю плоскость?
10. Есть две параболы  $y = x^2 + x - 41$  и  $x = y^2 + y - 40$ . Докажите, что точки их пересечения лежат на одной окружности.