# Комбинация задач

**1.** Фокусник выкладывает 36 карт в виде квадрата $6 \times 6$ (в 6 столбцов по 6 карт) и просит Зрителя мысленно выбрать карту и запомнить столбец, её содержащий. После этого Фокусник определенным образом собирает карты, снова выкладывает в виде квадрата $6 \times 6$ и просит Зрителя назвать номера столбцов, содержащих выбранную карту в первый и второй раз. После ответа Зрителя Фокусник безошибочно отгадывает карту. Как действовать Фокуснику, чтобы фокус гарантированно удался?

**2.** Фигура «мамонт» бьет как слон (по диагоналям), но только в трех направлениях из четырех (отсутствующее направление может быть разным для разных мамонтов). Какое наибольшее число не бьющих друг друга мамонтов можно расставить на шахматной доске $8 \times 8$?

**3.** Дан квадрат $n \times n$. Изначально его клетки раскрашены в белый и черный цвета в шахматном порядке, причем хотя бы одна из угловых клеток черная. За один ход разрешается в некотором квадрате $2 \times 2$ одновременно перекрасить входящие в него четыре клетки по следующему правилу: каждую белую перекрасить в черный цвет, каждую черную – в зеленый, а каждую зеленую — в белый. При каких $n$ за несколько ходов можно получить шахматную раскраску, в которой черный и белый цвета поменялись местами?

**4.** На окружности отмечено $2N$ точек ($N$ — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем паросочетанием такой набор из $N$ хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовем паросочетание *четным*, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, четно, и нечетным иначе. Найдите разность между количеством четных и нечетных паросочетаний.

**5.** Главная аудитория фирмы «Рога и копыта» представляет собой квадратный зал из восьми рядов по восемь мест. 64 сотрудника фирмы писали в этой аудитории тест, в котором было шесть вопросов с двумя вариантами ответа на каждый. Могло ли так оказаться, что среди наборов ответов сотрудников нет одинаковых, причем наборы ответов любых двух людей за соседними столами совпали не больше, чем в одном вопросе? (Столы называются соседними, если они стоят рядом в одном ряду или друг за другом в соседних рядах.)

**6.** 2011 складов соединены дорогами так, что от каждого склада можно проехать к любому другому, возможно, проехав по нескольким дорогам. На складах находится по $x_1, \ldots, x_{2011}$ кг цемента соответственно. За один рейс можно провезти с произвольного склада на другой по соединяющей их дороге произвольное количество цемента. В итоге на складах по плану должно оказаться по $y_1, \ldots, y_{2011}$ кг цемента соответственно, причем $x_1 + x_2 + \ldots + x_{2011} =$

$y_1 + y_2 + \ldots + y_{2011}$. За какое минимальное количество рейсов можно выполнить план при любых значениях чисел $x_i$ и $y_i$ и любой схеме дорог?