

Малая теорема Ферма

1. Дано простое число p . Сколько существует способов раскрасить вершины правильного p -угольника в a цветов? (Раскраски, которые можно совместить поворотом, считаются одинаковыми.)
2. **МТФ.** Пусть p — простое число и p не делит a . Тогда $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.
3. Докажите, что $(a^{101} - a)$ делится на 606.
4. Докажите, что сумма $3^{1974} + 5^{1974}$ делится на 13.
5. Найдите остаток от деления 8^{900} на 29.
6. Пусть p — простое число, большее двух. Сколько решений имеет сравнение $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$?
7. Докажите, что для любого целого числа a число $(a^{561} - a)$ делится на 561.
8. Даны два натуральных числа из отрезка $[2; 100]$. Докажите, что при некотором натуральном n число $x^{2^n} + y^{2^n}$ — составное.