

1. По кругу расположены 9 шестеренок так, что первая шестеренка сцеплена со второй, вторая – с третьей, ..., восьмая – с девятой, девятая – с первой. Миша крутанул первую шестеренку по часовой стрелке. Что произошло? Почему?
2. На доске 2013×2013 расставлено 2013 шашек, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.
3. Может ли прямая, не содержащая вершин замкнутой 17-тизвенной ломаной, пересекать все ее звенья?
4. Может ли прямая, не содержащая вершин замкнутой 17-тизвенной ломаной, пересекать все ее звенья?
5. В разные моменты времени из пунктов А и В выехали навстречу друг другу велосипедист и мотоциклист. Встретившись в точке С, они тотчас развернулись и поехали обратно. Доехав до своих пунктов, они опять развернулись и поехали навстречу друг другу. На этот раз они встретились в точке D и, развернувшись, вновь поехали к своим пунктам. И т.д. В какой точке отрезка АВ произойдет их 2013 встреча?
6. Однажды, гуляя в лесу, Маша обнаружила полянку, вокруг которой росли сосны. Маша выяснила, что высота любых двух соседних сосен отличается ровно на 1 метр. Могло ли на полянке быть ровно а) 3; б) 4; в) 2013; г) 2014 сосен?
7. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2 см, в третий – на 3 см, и так далее. Докажите, что он не сможет за 2014 прыжков вернуться в начальную точку.
8. Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью, поворачивая на 90° каждые 30 минут. Докажите, что она может вернуться в исходную точку только а) через целое число часов; б) через четное число часов.
9. 17 девочек и 17 мальчиков встали в хоровод. Докажите, что у кого-то с обеих сторон стоят девочки.