## Геометрический разнобой

11 класс 15.12.14

- 1. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD \angle CBD = \angle CAB$ ,  $\angle ACD = \angle ADB$ . Докажите, что из отрезков BC, AD, AC можно сложить прямоугольный треугольник.
- 2. В треугольнике ABC проведена чевиана  $AA_1$ . Оказалось, что вписанные окружности треугольников  $AA_1B$  и  $AA_1C$  равны. Докажите, что и вневписанные окружности этих треугольников, лежащие напротив вершины A, тоже равны.
- 3. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Описанные окружности треугольников ABC и  $AB_1C_1$  пересекаются в точке K. Докажите, что KH делит отрезок BC пополам.
- 4. Окружность с центром I вписана в треугольник ABC и касается его сторон BC, AC, AB в точках  $A_1, B_1, C_1$  соответственно. На отрезке  $BC_1$  нашлась точка K такая, что IK = IC. Докажите, что середина отрезка KC лежит на отрезке  $A_1C_1$ .
- 5. В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) проведена биссектриса CD. Прямая, перпендикулярная CD и проходящая через центр описанной около треугольника ABC окружности, пересекает BC в точке E. Прямая, проходящая через точку E параллельно CD, пересекает AB в точке F. Докажите, что BE=FD.
- 6. В равнобедренном треугольнике ABC (AB = BC) угол  $\angle B = 80^{\circ}$ . Внутри ABC выбрана точка D такая, что  $\angle DAC = 30^{\circ}$ ,  $\angle DCA = 10^{\circ}$ . Найдите угол  $\angle BDC$ .
- 7. Трапеция ABCD~(AB||CD) такова, что на её сторонах AD и BC существуют точки P и Q соответственно, удовлетворяющие условиям:  $\angle APB = \angle CPD$ ,  $\angle AQB = \angle CQD$ . Докажите, что точки P и Q равноудалены от точки пересечения диагоналей трапеции.