

Разнойбой

11 класс

09.10.2014

1. По кругу расставлены 2014 чисел, каждое из которых 1 или -1 (при этом не все одинаковые). Рассматриваются всевозможные блоки из тринадцати подряд идущих чисел, в каждом из них считается произведение, а потом все вычисленные произведения суммируются. Какое максимальное значение может принимать полученная сумма?
2. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n , таких что $y^{n^4} + 1$ есть простой делитель, превосходящий $2n$.
3. На описанной окружности треугольника ABC взята точка P . Из неё опущены перпендикуляры на стороны, основания которых обозначили A_1, B_1, C_1 . Прямые B_1P и C_1P вторично пересекают описанную окружность в точках C_2, B_2 соответственно. A_2 - точка пересечения прямых B_1C_1 и B_2C_2 . Докажите, что A_1 и A_2 равноудалены от центра описанной окружности треугольника.
4. Даны вещественные числа $a_0, \dots, a_n$. Известно, что для некоторого y из интервала $(0, 1)$ верно

$$\frac{a_0}{1-y} + \frac{a_1}{1-y^2} + \dots + \frac{a_n}{1-y^{n+1}} = 0.$$

Докажите, что для некоторого x из интервала $(0, 1)$ выполнено $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = 0$.

Разнойбой

11 класс

09.10.2014

1. По кругу расставлены 2014 чисел, каждое из которых 1 или -1 (при этом не все одинаковые). Рассматриваются всевозможные блоки из тринадцати подряд идущих чисел, в каждом из них считается произведение, а потом все вычисленные произведения суммируются. Какое максимальное значение может принимать полученная сумма?
2. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n , таких что $y^{n^4} + 1$ есть простой делитель, превосходящий $2n$.
3. На описанной окружности треугольника ABC взята точка P . Из неё опущены перпендикуляры на стороны, основания которых обозначили A_1, B_1, C_1 . Прямые B_1P и C_1P вторично пересекают описанную окружность в точках C_2, B_2 соответственно. A_2 - точка пересечения прямых B_1C_1 и B_2C_2 . Докажите, что A_1 и A_2 равноудалены от центра описанной окружности треугольника.
4. Даны вещественные числа $a_0, \dots, a_n$. Известно, что для некоторого y из интервала $(0, 1)$ верно

$$\frac{a_0}{1-y} + \frac{a_1}{1-y^2} + \dots + \frac{a_n}{1-y^{n+1}} = 0.$$

Докажите, что для некоторого x из интервала $(0, 1)$ выполнено $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = 0$.