9 класс | **Разнобой** | 12 мая 2014

1. Имеется 2014 горшочков с мёдом от 1 до 2014 кг, причём на каждом написан вес мёда. После этого в один из них добавили кило дёгтя. За какое наименьшее количество взвешиваний можно определить испорченный горшок, если имеются чашечные весы без гирь, позволяющие за одно взвешивание сравнить два горшка?

2. Найдите все такие пары чисел (x, y), что выражение

$$\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}$$

принимает наименьшее значение.

3. Длины всех высот остроугольного треугольника ABC не превосходят длины медианы BM, причём высота AH ей равна. Какое наибольшее значение может принимать угол $\angle ABC$?

4. a, b, c, d, e, f – неотрицательные действительные числа, сумма которых равна 38. Какое наибольшее значение может принимать величина $ab+cd+ef$?

5. В компании из 10 человек произошло **а)** 14 **б)** 19 попарных ссор. Докажите, что всё равно можно составить компанию из трёх друзей.

6. Составное натуральное число n делится на простое число $p>3$. Известно, что каждый делитель n, меньший n и больший 2, является суммой двух различных делителей n. Докажите, что $n \vdots p+1$.

7. Каждому множеству, составленному из 49 различных натуральных чисел, не превосходящих 100, поставлено в соответствие некоторое натуральное число, не превосходящее 100. Докажите, что можно выбрать 50 натуральных чисел, не превосходящих 100 так, что никаким 49 из этих чисел не поставлено в соответствие оставшееся.

8. Дан угол α и точки A и B на плоскости. Рассматриваются точки X такие, что $\angle AXB=\alpha$. Точки Y и Z симметричны A и B относительно прямых BX и AX соответственно. Докажите, что середины всех таких отрезков YZ лежат на одной окружности.

9 класс | **Разнобой** | 12 мая 2014

1. Имеется 2014 горшочков с мёдом от 1 до 2014 кг, причём на каждом написан вес мёда. После этого в один из них добавили кило дёгтя. За какое наименьшее количество взвешиваний можно определить испорченный горшок, если имеются чашечные весы без гирь, позволяющие за одно взвешивание сравнить два горшка?

2. Найдите все такие пары чисел (x, y), что выражение

$$\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}$$

принимает наименьшее значение.

3. Длины всех высот остроугольного треугольника ABC не превосходят длины медианы BM, причём высота AH ей равна. Какое наибольшее значение может принимать угол $\angle ABC$?

4. a, b, c, d, e, f – неотрицательные действительные числа, сумма которых равна 38. Какое наибольшее значение может принимать величина $ab+cd+ef$?

5. В компании из 10 человек произошло **а)** 14 **б)** 19 попарных ссор. Докажите, что всё равно можно составить компанию из трёх друзей.

6. Составное натуральное число n делится на простое число $p>3$. Известно, что каждый делитель n, меньший n и больший 2, является суммой двух различных делителей n. Докажите, что $n \vdots p+1$.

7. Каждому множеству, составленному из 49 различных натуральных чисел, не превосходящих 100, поставлено в соответствие некоторое натуральное число, не превосходящее 100. Докажите, что можно выбрать 50 натуральных чисел, не превосходящих 100 так, что никаким 49 из этих чисел не поставлено в соответствие оставшееся.

8. Дан угол α и точки A и B на плоскости. Рассматриваются точки X такие, что $\angle AXB=\alpha$. Точки Y и Z симметричны A и B относительно прямых BX и AX соответственно. Докажите, что середины всех таких отрезков YZ лежат на одной окружности.