

1. В каждой вершине выпуклого 100-угольника написано по два различных числа. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждой вершине так, чтобы оставшиеся числа в любых двух соседних вершинах были различными.

2. Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Точка  $K$  – середина дуги  $AB$  описанной окружности треугольника  $ABC$ . Оказалось, что прямая  $XU$  делит отрезок  $AK$  пополам. Чему может быть равен угол  $\angle BAC$ ?

3. Дано натуральное  $n > 1$ . Число  $a > n^2$  таково, что среди чисел  $a + 1, a + 2, \dots, a + n$  есть кратные каждого из чисел  $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + n$ . Докажите, что  $a > n^4 - n^3$ .

4. По кругу стоят 100 напёрстков. Под одним из них спрятана монетка. За один ход разрешается перевернуть четыре напёрстка и проверить, лежит ли под одним из них монетка. После этого их возвращают в исходное положение, а монетка перемещается под один из соседних с ней напёрстков. За какое наименьшее число ходов наверняка удастся обнаружить монетку?

1. В каждой вершине выпуклого 100-угольника написано по два различных числа. Докажите, что можно вычеркнуть по одному числу в каждой вершине так, чтобы оставшиеся числа в любых двух соседних вершинах были различными.

2. Вписанная окружность касается сторон  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Точка  $K$  – середина дуги  $AB$  описанной окружности треугольника  $ABC$ . Оказалось, что прямая  $XU$  делит отрезок  $AK$  пополам. Чему может быть равен угол  $\angle BAC$ ?

3. Дано натуральное  $n > 1$ . Число  $a > n^2$  таково, что среди чисел  $a + 1, a + 2, \dots, a + n$  есть кратные каждого из чисел  $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + n$ . Докажите, что  $a > n^4 - n^3$ .

4. По кругу стоят 100 напёрстков. Под одним из них спрятана монетка. За один ход разрешается перевернуть четыре напёрстка и проверить, лежит ли под одним из них монетка. После этого их возвращают в исходное положение, а монетка перемещается под один из соседних с ней напёрстков. За какое наименьшее число ходов наверняка удастся обнаружить монетку?