

1. Про три положительных числа известно, что если выбрать одно из них и прибавить к нему сумму квадратов двух других, то получится одна и та же сумма, независимо от выбранного числа. Обязательно ли все числа равны?
2. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
3. Найдите все числа a такие, что для любого натурального n число $an(n+2)(n+4)$ будет целым.
4. Вначале на плоскости были отмечены три различные точки. Каждую минуту выбирались некоторые три из отмеченных точек – обозначим их A , B и C , после чего на плоскости отмечалась точка D , симметричная A относительно серединного перпендикуляра к BC . Через сутки оказалось, что среди отмеченных нашлись три различные точки, лежащие на одной прямой. Докажите, что три исходных точки также лежали на одной прямой.
5. Через центры некоторых клеток шахматной доски 8×8 проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
6. Найдите все тройки простых чисел p, q, r такие, что четвёртая степень любого из них, уменьшенная на 1, делится на произведение двух остальных.

1. Про три положительных числа известно, что если выбрать одно из них и прибавить к нему сумму квадратов двух других, то получится одна и та же сумма, независимо от выбранного числа. Обязательно ли все числа равны?
2. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
3. Найдите все числа a такие, что для любого натурального n число $an(n+2)(n+4)$ будет целым.
4. Вначале на плоскости были отмечены три различные точки. Каждую минуту выбирались некоторые три из отмеченных точек – обозначим их A , B и C , после чего на плоскости отмечалась точка D , симметричная A относительно серединного перпендикуляра к BC . Через сутки оказалось, что среди отмеченных нашлись три различные точки, лежащие на одной прямой. Докажите, что три исходных точки также лежали на одной прямой.
5. Через центры некоторых клеток шахматной доски 8×8 проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
6. Найдите все тройки простых чисел p, q, r такие, что четвёртая степень любого из них, уменьшенная на 1, делится на произведение двух остальных.