

1. На клетчатой доске 100×100 расставлены несколько шахматных коней. Каждую минуту какой-нибудь один из коней делает ход на свободное поле. Через некоторое время оказалось, что каждый конь побывал на всех полях ровно по одному разу и вернулся на исходное поле. Докажите, что был момент, когда все кони стояли не на своих местах.
2. На карточках написали числа от 1 до 1000, после чего положили эти карточки на полосу размера 1×2013 . Если соседняя справа от карточки с числом n свободна, то в эту свободную клетку разрешается переложить карточку с числом $n + 1$. Докажите, что таких операций можно сделать не более полумиллиона.
3. Имеется 20 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что нельзя, отложив некоторые из них, разделить оставшиеся гири на две кучи одинакового веса. Докажите, что общий вес гирь превосходит 1 тонну.
4. Можно ли в клетках таблицы 2013×2013 расставить натуральные числа от 1 до 2013^2 так, чтобы для любой клетки этой таблицы из строки и столбца, содержащих эту клетку, можно было выбрать тройку чисел, одно из которых равно произведению двух других?
5. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что среди попарных расстояний между их центрами есть 2 одинаковых.
6. Числа от 1 до 999 999 разбиты на две группы: в первую отнесены числа, для которых ближайший точный квадрат чётен, а во вторую те, для которых ближайший точный квадрат нечётен. В какой группе сумма чисел больше?
7. Гидра состоит из нескольких голов и шей, соединяющих две головы. Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящих из некоторой головы. Но при этом у гидры моментально отрастут шеи из этой головы в головы, с которыми эта не была соединена. Гидра погибает, когда её разделяют на 2 несвязных куска. Меч рассчитан только на определённое количество ударов, после чего пользоваться мечом строго воспрещается. Богатырь Михаил хочет победить гидру, у которой 100 шей. Меч на какое число ударов ему необходимо купить?

1. На клетчатой доске 100×100 расставлены несколько шахматных коней. Каждую минуту какой-нибудь один из коней делает ход на свободное поле. Через некоторое время оказалось, что каждый конь побывал на всех полях ровно по одному разу и вернулся на исходное поле. Докажите, что был момент, когда все кони стояли не на своих местах.
2. На карточках написали числа от 1 до 1000, после чего положили эти карточки на полосу размера 1×2013 . Если соседняя справа от карточки с числом n свободна, то в эту свободную клетку разрешается переложить карточку с числом $n + 1$. Докажите, что таких операций можно сделать не более полумиллиона.
3. Имеется 20 гирь, каждая из которых весит целое число граммов. Известно, что нельзя, отложив некоторые из них, разделить оставшиеся гири на две кучи одинакового веса. Докажите, что общий вес гирь превосходит 1 тонну.
4. Можно ли в клетках таблицы 2013×2013 расставить натуральные числа от 1 до 2013^2 так, чтобы для любой клетки этой таблицы из строки и столбца, содержащих эту клетку, можно было выбрать тройку чисел, одно из которых равно произведению двух других?
5. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что среди попарных расстояний между их центрами есть 2 одинаковых.
6. Числа от 1 до 999 999 разбиты на две группы: в первую отнесены числа, для которых ближайший точный квадрат чётен, а во вторую те, для которых ближайший точный квадрат нечётен. В какой группе сумма чисел больше?
7. Гидра состоит из нескольких голов и шей, соединяющих две головы. Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящих из некоторой головы. Но при этом у гидры моментально отрастут шеи из этой головы в головы, с которыми эта не была соединена. Гидра погибает, когда её разделяют на 2 несвязных куска. Меч рассчитан только на определённое количество ударов, после чего пользоваться мечом строго воспрещается. Богатырь Михаил хочет победить гидру, у которой 100 шей. Меч на какое число ударов ему необходимо купить?