9 класс	Геометрия	25 ноября 2013

1. В прямоугольном равнобедренном треугольнике с прямым углом B провели медианы AD и CE. Медиану AD продолжили на её длину за точку D. Получилась точка X. Медиану CE продолжили на её длину за точку C. Получилась точка Y. Докажите, что $\angle AXY = 90^\circ$.

2. Точка X внутри квадрата $ABCD$ такова, что $\angle XCD = \angle XDC = 15^\circ$. Докажите, что треугольник ABX — равносторонний.

3. Дан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$, а углы A и C — прямые. Докажите, что прямые FD и BE перпендикулярны.

4. В ромбе $ABCD$ угол B равен 60°. На сторонах BC и CD выбраны точки M и N так, что $CM+CN = AB$. Докажите, что треугольник AMN — равносторонний.

5. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Точка P лежит на отрезке MN, причём $MP = CN$ и $NP = AM$. Точка O — центр описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что OP перпендикулярно MN.

6. В треугольнике ABC с углом $\angle B = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1, BB_1 и CC_1. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — прямоугольный.

7. В треугольнике ABC $(AB < BC)$ точка I — центр вписанной окружности, M — середина стороны AC, N — середина дуги ABC описанной окружности. Докажите, что $\angle IMA = \angle INB$.

8. Вписанный многоугольник разбили на треугольники с вершинами в вершинах многоугольника. Докажите, что сумма радиусов вписанных окружностей всех этих треугольников — постоянна.

9 класс	Геометрия	25 ноября 2013

1. В прямоугольном равнобедренном треугольнике с прямым углом B провели медианы AD и CE. Медиану AD продолжили на её длину за точку D. Получилась точка X. Медиану CE продолжили на её длину за точку C. Получилась точка Y. Докажите, что $\angle AXY = 90^\circ$.

2. Точка X внутри квадрата $ABCD$ такова, что $\angle XCD = \angle XDC = 15^\circ$. Докажите, что треугольник ABX — равносторонний.

3. Дан шестиугольник $ABCDEF$, в котором $AB = BC$, $CD = DE$, $EF = FA$, а углы A и C — прямые. Докажите, что прямые FD и BE перпендикулярны.

4. В ромбе $ABCD$ угол B равен 60°. На сторонах BC и CD выбраны точки M и N так, что $CM+CN = AB$. Докажите, что треугольник AMN — равносторонний.

5. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Точка P лежит на отрезке MN, причём $MP = CN$ и $NP = AM$. Точка O — центр описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что OP перпендикулярно MN.

6. В треугольнике ABC с углом $\angle B = 120^\circ$ проведены биссектрисы AA_1, BB_1 и CC_1. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ — прямоугольный.

7. В треугольнике ABC $(AB < BC)$ точка I — центр вписанной окружности, M — середина стороны AC, N — середина дуги ABC описанной окружности. Докажите, что $\angle IMA = \angle INB$.

8. Вписанный многоугольник разбили на треугольники с вершинами в вершинах многоугольника. Докажите, что сумма радиусов вписанных окружностей всех этих треугольников — постоянна.