30 сентября 2013. Разнобой №3.

1. Даны три квадратные трехчлена: $P_1(x) = x^2 + p_1x + q_1$, $P_2(x) = x^2 + p_2x + q_2$, $P_3(x) = x^2 + p_3x + q_3$. Докажите, что уравнение $|P_1(x)| + |P_2(x)| = |P_3(x)|$ имеет не более восьми корней.

2. В турнире по футболу, проведенному среди 20 команд из разных городов, каждая команда провела одну встречу дома и не более двух встреч в гостях. Докажите, что можно было так составить расписание игр, чтобы каждая команда играла не более 1 игры в день и весь турнир прошел бы за 3 дня.

3. Известно, что $0 \leqslant x \leqslant 1$ и $A = x(1-x)^7$. Найдите, при каком значении x значение A максимально.

4. Внутри квадрата $ABCD$ расположены точки P и Q так, что $\angle PAQ = \angle PCQ = 45°$. Докажите, что $PQ^2 = BP^2 + QD^2$.

5. Степени всех вершин графа не меньше n, причем в нём нет циклов длины 3, 4 и 5. Докажите, что в нём существует $n^2 - n$ вершин, никакие две из которых не смежны.

6. Найдите все натуральные числа, которые нельзя представить в виде $\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1}$, где a, b – натуральные.

7. Можно ли расставить цифры 0, 1, 2 в клетках таблицы 100×100 таким образом, чтобы в каждом прямоугольнике 3×4 клетки оказалось 3 нуля, 4 единицы и 5 двоек?

30 сентября 2013. Разнобой №3.

1. Даны три квадратные трехчлена: $P_1(x) = x^2 + p_1x + q_1$, $P_2(x) = x^2 + p_2x + q_2$, $P_3(x) = x^2 + p_3x + q_3$. Докажите, что уравнение $|P_1(x)| + |P_2(x)| = |P_3(x)|$ имеет не более восьми корней.

2. В турнире по футболу, проведенному среди 20 команд из разных городов, каждая команда провела одну встречу дома и не более двух встреч в гостях. Докажите, что можно было так составить расписание игр, чтобы каждая команда играла не более 1 игры в день и весь турнир прошел бы за 3 дня.

3. Известно, что $0 \leqslant x \leqslant 1$ и $A = x(1-x)^7$. Найдите, при каком значении x значение A максимально.

4. Внутри квадрата $ABCD$ расположены точки P и Q так, что $\angle PAQ = \angle PCQ = 45°$. Докажите, что $PQ^2 = BP^2 + QD^2$.

5. Степени всех вершин графа не меньше n, причем в нём нет циклов длины 3, 4 и 5. Докажите, что в нём существует $n^2 - n$ вершин, никакие две из которых не смежны.

6. Найдите все натуральные числа, которые нельзя представить в виде $\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1}$, где a, b – натуральные.

7. Можно ли расставить цифры 0, 1, 2 в клетках таблицы 100×100 таким образом, чтобы в каждом прямоугольнике 3×4 клетки оказалось 3 нуля, 4 единицы и 5 двоек?

30 сентября 2013. Разнобой №3.

1. Даны три квадратные трехчлена: $P_1(x) = x^2 + p_1x + q_1$, $P_2(x) = x^2 + p_2x + q_2$, $P_3(x) = x^2 + p_3x + q_3$. Докажите, что уравнение $|P_1(x)| + |P_2(x)| = |P_3(x)|$ имеет не более восьми корней.

2. В турнире по футболу, проведенному среди 20 команд из разных городов, каждая команда провела одну встречу дома и не более двух встреч в гостях. Докажите, что можно было так составить расписание игр, чтобы каждая команда играла не более 1 игры в день и весь турнир прошел бы за 3 дня.

3. Известно, что $0 \leqslant x \leqslant 1$ и $A = x(1-x)^7$. Найдите, при каком значении x значение A максимально.

4. Внутри квадрата $ABCD$ расположены точки P и Q так, что $\angle PAQ = \angle PCQ = 45°$. Докажите, что $PQ^2 = BP^2 + QD^2$.

5. Степени всех вершин графа не меньше n, причем в нём нет циклов длины 3, 4 и 5. Докажите, что в нём существует $n^2 - n$ вершин, никакие две из которых не смежны.

6. Найдите все натуральные числа, которые нельзя представить в виде $\frac{a}{b} + \frac{a+1}{b+1}$, где a, b – натуральные.

7. Можно ли расставить цифры 0, 1, 2 в клетках таблицы 100×100 таким образом, чтобы в каждом прямоугольнике 3×4 клетки оказалось 3 нуля, 4 единицы и 5 двоек?