26 сентября 2013. Разнобой №2.

1. $P(x)$ — квадратный трёхчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих членов, может быть в последовательности $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $\ldots$?

2. Каждые две из 100 волейбольных команд сыграли между собой ровно один матч. Докажите, что командам можно присвоить обозначения A_1, A_2, $\ldots A_{100}$ таким образом, что A_1 выиграла у A_2, A_2 выиграла у A_3,$\ldots$ A_{99} выиграла у A_{100} и A_1 выиграла у A_{100}.

3. Положительные числа a, b, c таковы, что $abc = 1$ и $a^3 > 36$. Докажите неравенство

$$a^2/3 + b^2 + c^2 > ab + bc + ac\ .$$

4. Существует ли такая бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ из натуральных чисел, что произведение $a_n \cdot a_{n+1} \cdot \ldots \cdot a_{n+9}$ делится на сумму $a_n + a_{n+1} \ldots + a_{n+9}$ при любом натуральном n?

5. В треугольнике ABC на медиане CR выбрана точка P такая, что $CP = AB/2$. Прямая BP пересекает сторону CA в точке Q. Оказалось, что $CQ = PQ$. Докажите, что $\angle BRC = 120°$.

6. Раскраска доски 8×8 в красный, синий и зелёный цвета называется *хорошей*, если в каждом симметричном уголке из 5 клеток содержатся все три цвета. Докажите, что хороших раскрасок больше, чем 6^8.

26 сентября 2013. Разнобой №2.

1. $P(x)$ — квадратный трёхчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих членов, может быть в последовательности $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $\ldots$?

2. Каждые две из 100 волейбольных команд сыграли между собой ровно один матч. Докажите, что командам можно присвоить обозначения A_1, A_2, $\ldots A_{100}$ таким образом, что A_1 выиграла у A_2, A_2 выиграла у A_3,$\ldots$ A_{99} выиграла у A_{100} и A_1 выиграла у A_{100}.

3. Положительные числа a, b, c таковы, что $abc = 1$ и $a^3 > 36$. Докажите неравенство

$$a^2/3 + b^2 + c^2 > ab + bc + ac\ .$$

4. Существует ли такая бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ из натуральных чисел, что произведение $a_n \cdot a_{n+1} \cdot \ldots \cdot a_{n+9}$ делится на сумму $a_n + a_{n+1} \ldots + a_{n+9}$ при любом натуральном n?

5. В треугольнике ABC на медиане CR выбрана точка P такая, что $CP = AB/2$. Прямая BP пересекает сторону CA в точке Q. Оказалось, что $CQ = PQ$. Докажите, что $\angle BRC = 120°$.

6. Раскраска доски 8×8 в красный, синий и зелёный цвета называется *хорошей*, если в каждом симметричном уголке из 5 клеток содержатся все три цвета. Докажите, что хороших раскрасок больше, чем 6^8.

26 сентября 2013. Разнобой №2.

1. $P(x)$ — квадратный трёхчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих членов, может быть в последовательности $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $\ldots$?

2. Каждые две из 100 волейбольных команд сыграли между собой ровно один матч. Докажите, что командам можно присвоить обозначения A_1, A_2, $\ldots A_{100}$ таким образом, что A_1 выиграла у A_2, A_2 выиграла у A_3,$\ldots$ A_{99} выиграла у A_{100} и A_1 выиграла у A_{100}.

3. Положительные числа a, b, c таковы, что $abc = 1$ и $a^3 > 36$. Докажите неравенство

$$a^2/3 + b^2 + c^2 > ab + bc + ac\ .$$

4. Существует ли такая бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ из натуральных чисел, что произведение $a_n \cdot a_{n+1} \cdot \ldots \cdot a_{n+9}$ делится на сумму $a_n + a_{n+1} \ldots + a_{n+9}$ при любом натуральном n?

5. В треугольнике ABC на медиане CR выбрана точка P такая, что $CP = AB/2$. Прямая BP пересекает сторону CA в точке Q. Оказалось, что $CQ = PQ$. Докажите, что $\angle BRC = 120°$.

6. Раскраска доски 8×8 в красный, синий и зелёный цвета называется *хорошей*, если в каждом симметричном уголке из 5 клеток содержатся все три цвета. Докажите, что хороших раскрасок больше, чем 6^8.