

А может Граф поможет?

10 класс

06.03.14

1. Петя по одной разрезает ниточки, составляющие сетку от комаров размера $n \times m$ ячеек. Какое наибольшее число разрезов он может сделать так, чтобы сетка не распалась?
2. На какое наименьшее число частей надо разрезать проволоку длиной 12см , чтобы из них можно было сложить каркас кубика с ребром 1см ?
3. Куб $n \times n \times n$ разбит на кубики $1 \times 1 \times 1$. Какое минимальное количество граней 1×1 необходимо в нём убрать, чтобы из любой его части можно было пробраться наружу?
4. Докажите, что хотя бы одна из граней многогранника имеет не более пяти сторон.
5. В некоторых клетках $2n \times 2n$ стоят черные и белые фишки. С доски сначала снимаются все черные фишки, которые стоят в одной вертикали с какой-нибудь белой. Затем все белые фишки, стоящие в одной горизонтали с какой-нибудь из оставшихся черных. Докажите, что либо черных, либо белых фишек на доске осталось не более n^2 .
6. Из 54 одинаковых единичных картонных квадратов сделали незамкнутую цепочку, соединив их шарнирно вершинами. Любой квадрат (кроме крайних) соединен с соседями двумя противоположными вершинами. Можно ли этой цепочкой квадратов закрыть поверхность куба $3 \times 3 \times 3$?
7. На плоскости проведено $3n$ прямых трёх направлений, по n прямых каждого направления (прямые одного направления параллельны). Никакие три не пересекаются в одной точке. Какое наибольшее количество треугольников с проведёнными сторонами можно выбрать, чтобы никакие два треугольника не имели общую вершину?
8. Какое минимальное количество двухэлементных подмножеств, данного n -элементного множества можно отметить так, чтобы в любом трехэлементном подмножестве этого n -элементного множества содержалось хотя бы одно отмеченное двухэлементное?