

Комплексные координаты

10 класс

16.01.2014

1. Докажите, что прямая, соединяющая точки A и B единичной окружности, задаётся уравнением $z + ab\bar{z} = a + b$.
2. A, B, C, D - точки на единичной окружности. Докажите, что $AB \perp CD$ тогда и только тогда, когда $ab + cd = 0$.
3. На сторонах треугольника ABC во внешнюю сторону построили квадраты $ACMX$ и $ABNY$. Докажите, что медиана AM треугольника перпендикулярна XY .
4. Докажите, что в описанном четырёхугольнике центр вписанной окружности лежит на прямой, соединяющей середины его диагоналей.
5. B_0, C_0 - середины дуг ABC и ACB описанной окружности треугольника ABC . M, N - точки пересечения прямой B_0C_0 со сторонами AC и AB , I_A - центр угадайте какой вневписанной окружности. Докажите, что $AMI_A N$ - параллелограмм (на самом деле ромб).
6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Из точки A опускаются перпендикуляры на стороны, её не содержащие: BC и CD . Через основания перпендикуляров проводится прямая l_a . Аналогично строятся прямые l_b, l_c, l_d . Докажите, что все они пересекаются в одной точке.
7. Прямоугольник $ABCD$ вписан в окружность ω с центром O . M - точка на стороне AD , такая, что $AM/MD = 2$. CM пересекает ω в точке P . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника POD лежит на описанной окружности треугольника OCD .
8. Треугольники AB_1C_1 и AB_2C_2 соответственно равны и одинаково ориентированы (можно перевести один в другой поворотом с центром в точке A). AB_1XC_2 и AB_2YC_1 - параллелограммы. Докажите, что B_1B_2, C_1C_2, XY пересекаются в одной точке.
9. На описанной окружности треугольника ABC отмечена точка D . Прямые BD, CD пересекают высоты CC_1, BB_1 в точках P и Q соответственно. Докажите, что середина отрезка PQ лежит на прямой B_1C_1 .