# Hardcore

*10 класс*

*27.02.2014*

1. На плоскости отмечено 100 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что не более 70% треугольников с вершинами в этих точках - остроугольные.

2. Лиловый отрезок полностью покрыт конечным количеством бесцветных отрезков. Докажите, что можно выкинуть несколько из бесцветных так (возможно, не выкинув ничего), чтобы не менее 2/3 длины лилового отрезка осталось покрыто бесцветными ровно один раз.

3. Точка $A_1$ делит ломаную $CAB$ пополам. Точка $B_1$ делит ломаную $ABC$ пополам. Точка $C_1$ делит ломаную $BCA$ пополам. Прямая $l_A$ проходит через точку $A_1$ и параллельна биссектрисе угла $A$. Прямая $l_B$ проходит через точку $B_1$ и параллельна биссектрисе угла $B$. Прямая $l_C$ проходит через точку $C_1$ и параллельна биссектрисе угла $C$. Докажите, что $l_A$, $l_B$, $l_C$ пересекаются в одной точке.

4. Множество клеток на клетчатой плоскости называется *ладейно связным*, если из любой его клетки можно перевести ладью в любую другую его клетку. Ладья ходит по шахматным правилам, т.е. начальная и конечная клетки каждого хода должны лежат в множестве на одной горизонтали или вертикали, ладья может перепрыгивать через клетки не из множества. Докажите, что любое *ладейно связное* множество из 100 клеток можно разбить на 50 *ладейно связных* множеств из двух клеток.

5. На столе лежит $\frac{k(k+1)}{2}$ монеток, разбитых на несколько кучек. Каждую минуту плохой парень забирает из каждой кучки по одной монетке из кладёт их в отдельную кучку. Докажите, что через несколько минут набор кучек перестанет меняться.

6. В каждой клетке клетчатой плоскости написано действительное число. Известно, что модуль суммы всех чисел внутри любого квадрата $n \times n$ не превосходит единицы ($n$ - произвольное натуральное число). Может ли модуль суммы всех чисел внутри некоторого прямоугольника оказаться больше 2014?