

Ещё комплексные координаты

10 класс

20.01.2014

1. A, B, C, D, E, F - шесть точек на одной окружности. Из них выбираются случайным образом три и отмечается ортоцентр H треугольника с вершинами в трёх выбранных точках. Отмечается также точка пересечения медиан G треугольника с вершинами в трёх невыбранных точках. Докажите, что все отрезки HG пересекаются в одной точке, и найдите отношение, в котором каждый из отрезков HG делится этой точкой пересечения.
2. На описанной окружности треугольника ABC отмечены точки P и Q . Докажите, что угол между прямыми Симсона точек P и Q равен углу, опирающемуся на дугу PQ .
3. В окружность вписан четырёхугольник. P - произвольная точка плоскости. Из P опустили перпендикуляры на его стороны и диагонали. Отметили середины трёх отрезков, соединяющих основания опущенных перпендикуляров на противоположные стороны (диагонали) четырёхугольника. Докажите, что три отмеченные точки лежат на одной прямой.
4. A_1 - точка касания вневписанной окружности треугольника ABC с отрезком BC . Через неё параллельно биссектрисе угла A проводится прямая l_a . Аналогично определяются прямые l_b, l_c . Докажите, что прямые l_a, l_b, l_c пересекаются в одной точке.
5. На сторонах треугольника ABC как на основаниях во внешнюю сторону построены правильные треугольники A_1BC, B_1CA, C_1AB . Докажите, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.