

## Дополнительный листик

10 класс

24.02.2014

1. В последовательности натуральных чисел каждое число, начиная с третьего, равно либо сумме, либо модулю разности двух предыдущих. На доске выписаны 2014 первых членов этой последовательности. Докажите, что её можно продолжить так, чтобы правило построения последовательности сохранилось и чтобы первые 2014 чисел встретились ещё раз подряд в таком же порядке.
2. Правильный шестиугольник со стороной 5 разбит прямыми, параллельными его сторонам, на правильные треугольники со стороной 1. Отметили более половины узлов полученной решётки (узел - вершина некоторого правильного треугольника разбиения). Докажите, что найдутся 5 отмеченных точек, лежащих на одной окружности.
3. На доске выписаны числа  $0, 1, \sqrt{2}$ . За ход разрешается к любому из чисел прибавить разность двух других, умноженное на произвольное рациональное число. Можно ли такими операциями получить тройку чисел  $0, 2, \sqrt{2}$ ?
4. Через основание биссектрисы угла  $A$  разностороннего треугольника  $ABC$  проводится прямая, отличная от  $BC$ , касающаяся вписанной окружности треугольника в точке  $K_A$ . Аналогично строятся точки  $K_B, K_C$ . Докажите, что прямые, соединяющие  $K_A, K_B, K_C$  с серединами сторон  $BC, CA, AB$  соответственно пересекаются в одной точке, лежащей на вписанной окружности треугольника  $ABC$ .