

Теорема синусов

10 класс

10.10.13

1. H - ортоцентр треугольника ABC . Докажите, что $AH = BC \cdot ctg(\angle A)$.
2. A_1 - основание биссектрисы внешнего угла неравностороннего треугольника ABC . Докажите, что $\frac{AB}{AC} = \frac{A_1B}{A_1C}$.
3. Пары продолжений сторон выпуклого пятиугольника $ABCDE$ пересекаются в точках A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 (A_1 - пересечение BC и DE , дальше разберетесь). Докажите, что $AD_1 \cdot BE_1 \cdot CA_1 \cdot DB_1 \cdot EC_1 = AC_1 \cdot BD_1 \cdot CE_1 \cdot DA_1 \cdot EB_1$.
4. M и N - точки на стороне BC треугольника ABC . M - середина BC , прямая AN симметрична AM относительно биссектрисы угла BAC . Докажите, что $\frac{BN}{CN} = \frac{AB^2}{AC^2}$.
5. Докажите тригонометрические теоремы Чевы и Менелая.
6. Окружности радиусов R, r касаются горизонтальной прямой l (сверху) в точках A и B . C - верхняя из точек пересечения этих окружностей. Докажите, что радиус описанной окружности треугольника ABC не зависит от положения окружностей.
7. Равносторонние треугольники ABC и AB_1C_1 подобны. M и N - середины оснований BC и B_1C_1 . Докажите, что проекции BC и B_1C_1 на MN равны.
8. P и Q - основания биссектрис внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC соответственно. M - середина AB . PM пересекает AC в точке R . Докажите, что $AR = QR$.
9. В треугольник ABC вписана окружность с центром I , касающаяся сторон AB, BC, AC в точках M, N, K соответственно. B_1 - середина AC . Докажите, что MN, BB_1, IK пересекаются в одной точке.
10. Окружность с центром O касается сторон угла BAC в точках B и C . Точка P внутри угла такова, что OPA - прямой. Окружности ω_1, ω_2 пересекают прямую OP в точках M и N . Докажите, что O - середина MN , где
 - а. Окружности ω_1 и ω_2 проходят через пары точек B и P, C и P соответственно и касаются прямой AP .
 - б. Окружности ω_1 и ω_2 - описанные окружности треугольников BPQ и CPQ соответственно, где Q - произвольная точка на продолжении отрезка AP за точку P .