

## Разнойой

10 класс

31.10.13

1. В олимпиаде участвовало 50 человек. Им было предложено 6 задач. Известно, что каждую задачу решило не менее 30 человек. Докажите, что найдутся два человека, в объединении решившие все задачи.
  2. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB=AC$ ). Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ , точка  $I$  — центр вписанной. Точка  $X$  на стороне  $AC$  такова, что  $OX \perp CI$ . Докажите, что  $XI \parallel AB$ .
  3. Дана бесконечная строчка клеток. Отмечены две клетки на расстоянии  $N$  клеток между ними. Эти отмеченные клетки назовем "ловушками". В клетке между ловушками сидит кузнечик. Мы называем любое натуральное число  $m$ , затем кузнечик прыгает на  $m$  клеток вправо или влево по его выбору. При каких  $N$  мы гарантировано, за конечное число ходов, сможем загнать кузнечика в ловушку при любом начальном его расположении?
  4. Существует ли такое натуральное число  $n$ , что, написав его рядом дважды, получится квадрат натурального числа?
  5. Дан правильный 100-угольник. Все его вершины разбили на пары и посчитали расстояния внутри пар. Докажите, что найдутся две пары вершин с одинаковыми расстояниями.
- 

## Разнойой

10 класс

31.10.13

1. В олимпиаде участвовало 50 человек. Им было предложено 6 задач. Известно, что каждую задачу решило не менее 30 человек. Докажите, что найдутся два человека в объединении решившие все задачи.
2. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB=AC$ ). Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ , точка  $I$  — центр вписанной. Точка  $X$  на стороне  $AC$  такова, что  $OX \perp CI$ . Докажите, что  $XI \parallel AB$ .
3. Дана бесконечная строчка клеток. Отмечены две клетки на расстоянии  $N$  клеток между ними. Эти отмеченные клетки назовем "ловушками". В клетке между ловушками сидит кузнечик. Мы называем любое натуральное число  $m$ , затем кузнечик прыгает на  $m$  клеток вправо или влево по его выбору. При каких  $N$  мы гарантировано, за конечное число ходов, сможем загнать кузнечика в ловушку при любом начальном его расположении?
4. Существует ли такое натуральное число  $n$ , что, написав его рядом дважды, получится квадрат натурального числа?
5. Дан правильный 100-угольник. Все его вершины разбили на пары и посчитали расстояния внутри пар. Докажите, что найдутся две пары вершин с одинаковыми расстояниями.