

Распространённые геометрические конструкции

10 класс

21.10.13

В задачах этого листика H , O , I - ортоцентр, центр описанной и центр вписанной окружностей соответственно остроугольного неравностороннего треугольника ABC .

- Докажите, что H , отраженный относительно стороны BC , попадает на описанную окружность треугольника.
 - Докажите, что H , отраженный относительно середины стороны BC , попадает на описанную окружность треугольника, причем в точку, диаметрально противоположную вершине A .
- Точки P и Q выбраны так, что $BOAP$ и $COPQ$ - параллелограммы. Докажите, что Q совпадает с H .
- AA_1 и BB_1 - высоты треугольника ABC . Описанная окружность треугольника CA_1B_1 пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке K . Докажите, что прямая KH проходит через середину AB .
- BB_1 и CC_1 - высоты треугольника ABC . Отрезки AH и B_1C_1 пересекаются в точке P . Прямая AO пересекает отрезок BC в точке Q . M - середина BC . Докажите, что прямые MH и PQ параллельны.
- Докажите, что основания перпендикуляров, опущенных из вершины A на биссектрисы внутренних и внешних углов B и C лежат на одной прямой.
- Вписанная окружность касается сторон AB и AC в точках K и L . M и N - середины сторон AB и BC . Докажите, что KL , MN , CI пересекаются в одной точке.
- В треугольнике ABC ($AB > BC$) проведены биссектриса BL и медиана BM . Прямая, проходящая через M параллельно стороне AB , пересекает BL в точке D . Прямая, проходящая через L параллельно стороне BC , пересекает BM в точке E . Докажите, что $ED \perp BD$.
- ABC - равнобедренный треугольник ($AB = BC$). Средняя линия, параллельная BC , пересекает вписанную окружность в точке K , не лежащей на стороне AC . Докажите, что касательная в точке K к вписанной окружности, сторона AB и биссектриса угла C пересекаются в одной точке.
- M и N - середины сторон AC и AB соответственно. CI пересекает MN в точке P . Точка Q такова, что $PQ \perp MN$ и $MQ \parallel BI$. Докажите, что $QI \perp AC$.