Отношения отрезков и тригонометрия

10 класс

05.12.2013

1. Внутри острого угла величиной α с вершиной A находится точка B, расстояния от которой до сторон угла равны h_1 и h_2. Найдите длину отрезка AB.

2. Стороны треугольника ABC равны a, b, c. В каком отношении точка пересечения биссектрис делит каждую биссектрису?

3. На дуге BC, не содержащей точку A описанной окружности равностороннего треугольника ABC, отмечена точка X. Докажите, что $AX = BX + CX$.

4. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Вписанные в треугольники ABD, CBD окружности касаются друг друга, а также сторон AB и AD в точках P и Q, сторон BC и CD в точках M и N. Докажите, что PQ, MN, BD пересекаются в одной точке или параллельны.

5. а. H - ортоцентр остроугольного треугольника ABC. Докажите, что $AH = BC \cdot ctg(\angle A)$.

   б. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1. Докажите, что треугольник с вершинами в ортоцентрах треугольников AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1 равен треугольнику $A_1B_1C_1$.

6. В треугольнике ABC I - точка пересечения биссектрис. Прямые AB, AC отразили относительно прямых CI, BI соответственно, отражённые прямые пересеклись в точке K. Докажите, что $KI \perp BC$.

7. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен $60°$. O - центр описанной окружности треугольника ABD. Прямая AO пересекает биссектрису внешнего угла C в точке K. Найдите отношение AO/OK.

8. Окружность с центром O касается сторон угла BAC в точках B и C. Точка P внутри угла такова, что OPA - прямой. Окружности ω_1, ω_2 пересекают прямую OP в точках M и N. Докажите, что O - середина MN, где

   а. Окружности ω_1 и ω_2 проходят через пары точек B и P , C и P соответственно и касаются прямой AP.

   б. Окружности ω_1 и ω_2 - описанные окружности треугольников BPQ и CPQ соответственно, где Q - произвольная точка на продолжении отрезка AP за точку P.

9. В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AB, BC отмечены точки P, Q соответственно, причём $AP = CQ$. Прямые AQ, CP пересекаются в точке K. Докажите, что DK - биссектриса угла D.