

Всякие неравенства

Докажите неравенства.

- $6a + 4b + 5c \geq 5\sqrt{ab} + 7\sqrt{ac} + 3\sqrt{bc}$. **2.** $(a+b)(a+c)(b+c) \geq 8abc$.
- $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$. **4.** $a^2 + b^2 + c^2 \geq 29$, если $4a + 2b + 3c \geq 29$.
- $(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$.
- $\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{y_i} \right) \geq \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$.
- $\frac{a^2 + 2bc}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + 2ac}{a^2 + c^2} + \frac{c^2 + 2ab}{a^2 + b^2} > 3$, где a, b, c — стороны треугольника.
- $a + b + c \geq 3abc$, если $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c$.
- $\frac{1}{1+a+b} + \frac{1}{1+b+c} + \frac{1}{1+c+a} \leq 1$, если $abc = 1$.
- $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(a_1^7 + a_2^7 + \dots + a_n^7) \geq (a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3)(a_1^5 + a_2^5 + \dots + a_n^5)$.
- $\frac{c}{a+2b} + \frac{d}{b+2c} + \frac{a}{c+2d} + \frac{b}{d+2a} \geq \frac{4}{3}$.
- $\frac{x^p}{p} + \frac{y^q}{q} \geq xy$, где $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, q и p — рациональные.
- $\left(1 + \frac{1}{x_1}\right) \left(1 + \frac{1}{x_2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x_n}\right) \geq (n+1)^n$, где $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$.
- $\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{a+b+c}{3}$.