

Гири

1. Есть чашечные весы и четыре гири. На гирьках указаны массы 10 г, 11 г, 12 г и 13 г, причём известно, что 13-граммовая гирька перепутана с одной из остальных. Как за одно взвешивание можно найти 13-граммовую гирьку?
2. У продавца на рынке есть 11 гирек различной массы. Для каждого набора из нескольких своих гирек продавец посчитал суммарную массу этого набора. Когда он выписал все эти числа, среди них оказалось ровно 2046 различных. Докажите, что все гири можно разделить на две группы так, чтобы суммарные массы гирь в группах были равны.
3. Дано 17 гирь, причём каждая гиря весит меньше, чем остальные 16 в сумме. Докажите, что эти гири можно разбить на 3 группы так, что суммарный вес гирь любой группы меньше суммарного веса всех оставшихся гирь.
4. Пусть $2S$ — суммарный вес некоторого набора гирек. Назовем натуральное число k средним, если в наборе можно выбрать k гирек, суммарный вес которых равен S . Какое наибольшее количество средних чисел может быть в наборе из 100 гирек?
5. В суде в качестве вещественного доказательства предъявлено 14 монет. Адвокат обнаружил, что монеты с 1-й по 7-ю — фальшивые, а с 8-й по 14-ю — настоящие. Суд же знает только, что фальшивые монеты весят одинаково, настоящие монеты весят одинаково и что фальшивые монеты легче настоящих. Как эксперту за три взвешивания на чашечных весах без гирь доказать суду, что монеты с 1-й по 7-ю — фальшивые, а с 8-й по 14-ю — настоящие?
6. В ряд выставлены 18 гирь. Из них какие-то три подряд весят по 99 г, а все остальные — по 100 г. Есть весы со стрелкой и одной чашкой, которые показывают суммарный вес гирь на чашке. За два взвешивания определите все 99-граммовые гири.
7. Есть несколько гирь с целыми массами. Их можно разложить на n равных по массе групп. Докажите, что не менее, чем n способами можно отложить одну гирю так, чтобы оставшиеся гири нельзя было разложить на n равных по массе групп.