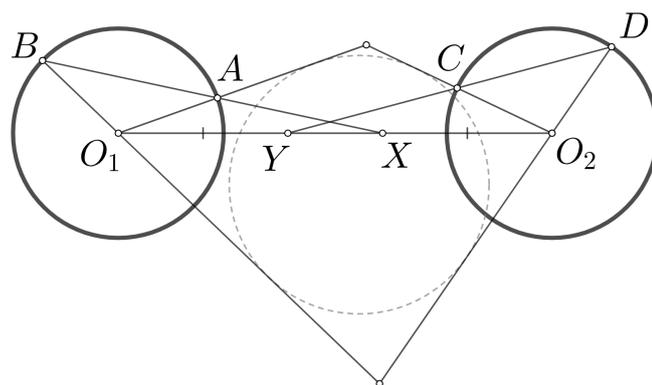


Вспомогательная площадь

0. (Не баян, а классика) Внутри правильного n -угольника выбрана точка. Докажите, что сумма расстояний от неё до сторон n -угольника не зависит от положения точки.
1. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC расстояние от вершины A до прямой CD равно длине стороны AB . Докажите, что расстояние от вершины D до стороны AB равно длине стороны CD .
2. В треугольнике ABC проведена медиана AM . Может ли радиус окружности, вписанной в треугольник ABM , быть ровно в два раза больше радиуса окружности, вписанной в треугольник ACM ?
3. В остроугольный треугольник ABC помещены две касающиеся окружности. Одна из них касается сторон AC и BC , а вторая — сторон AB и BC . Докажите, что сумма их радиусов больше радиуса окружности, вписанной в треугольник ABC .
4. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке O . Точка P внутри треугольника AOD такова, что $CD \parallel BP$ и $AB \parallel CP$. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе угла AOD .
5. На сторонах BC и DC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки D_1 и B_1 так, что $BD_1 = DB_1$. Отрезки BB_1 и DD_1 пересекаются в точке Q . Докажите, что AQ — биссектриса угла BAD .
6. Даны две равные окружности ω_1 и ω_2 с центрами O_1 и O_2 . На отрезке O_1O_2 взяты точки X и Y так, что $O_1X = O_2Y$. Точки A и B лежат на ω_1 и прямая AB проходит через X . Точки C и D лежат на ω_2 и прямая CD проходит через Y . Докажите, что существует окружность, которая касается прямых AO_1 , BO_1 , CO_2 и DO_2 .



7. Медиана AM треугольника ABC пересекает вписанную в него окружность в точках X и Y . Известно, что $AB = AC + AM$. Найдите $\angle XIY$, где I — центр вписанной окружности.
8. На высоте CH , проведённой из вершины прямого угла C прямоугольного треугольника ABC , как на диаметре построена окружность. Касательные из точек A и B , проведённые к окружности, пересекаются в точке P . Докажите, что касательная из P к окружности равна трети гипотенузы.