

## Сумма цифр

Через  $S(m)$  обозначим сумму цифр числа  $m$ .

1. Назовём натуральное число *интересным*, если сумма его цифр — простое число. Какое наибольшее количество интересных чисел может быть среди пяти подряд идущих натуральных чисел?
2. Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  выполнено
  - (а) равенство  $S(a)+S(b)-9p = S(a+b)$ , где  $p$  — количество переносов при сложении  $a$  и  $b$  в столбик;
  - (б) неравенство  $S(ab) \leq S(a) \cdot S(b)$ .
3. Федя загадал натуральное число  $N$ , Вадим хочет его отгадать. Федя сообщает Вадиму сумму цифр числа  $N + 1$ , затем сумму цифр числа  $N + 2$  и т.д. Верно ли, что рано или поздно умный Вадим сможет с гарантией установить число Феди?
4. Известно, что сумма цифр натурального числа  $n$  равна 100, а сумма цифр числа  $5n$  равна 50. Докажите, что  $n$  чётно.
5. Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{S(n)}{S(16n)}$ , если  $n$  — произвольное натуральное число.
6. Существуют ли три таких различных натуральных числа  $m$ ,  $n$  и  $p$ , что

$$m + S(m) = n + S(n) = p + S(p)?$$

7. Про натуральное число  $n$  известно, что  $S(n) = 100$ , а  $S(55n) = 1000$ . Найдите  $S(3n)$ .