

## Диагностическая работа. Дистанционный этап.

**Задача 1.1.** У Ивана есть сломанный калькулятор с одной кнопкой. При нажатии на кнопку, если число в калькуляторе делилось на 100, то он разделит его на 100; а иначе прибавит к текущему числу 1. Изначально Иван может ввести в калькулятор любое число от 1 до 2222. Какое максимальное число Иван может получить после ровно 90 нажатий этой кнопки?

*Ответ:* 2300.

**Задача 1.2.** У Ивана есть сломанный калькулятор с одной кнопкой. При нажатии на кнопку, если число в калькуляторе делилось на 50, то он разделит его на 50; а иначе прибавит к текущему числу 1. Изначально Иван может ввести в калькулятор любое число от 1 до 3333. Какое максимальное число Иван может получить после ровно 40 нажатий этой кнопки?

*Ответ:* 3350.

**Задача 1.3.** У Ивана есть сломанный калькулятор с одной кнопкой. При нажатии на кнопку, если число в калькуляторе делилось на 100, то он разделит его на 100; а иначе прибавит к текущему числу 1. Изначально Иван может ввести в калькулятор любое число от 1 до 3333. Какое максимальное число Иван может получить после ровно 70 нажатий этой кнопки?

*Ответ:* 3400.

**Задача 1.4.** У Ивана есть сломанный калькулятор с одной кнопкой. При нажатии на кнопку, если число в калькуляторе делилось на 200, то он разделит его на 200; а иначе прибавит к текущему числу 1. Изначально Иван может ввести в калькулятор любое число от 1 до 4444. Какое максимальное число Иван может получить после ровно 190 нажатий этой кнопки?

*Ответ:* 4600.

**Задача 2.1.** На острове живут блондины, брюнеты и рыжие. Каждый житель острова видит хотя бы 10 блондинов, 11 брюнетов и 12 рыжих. Какое минимальное количество людей может жить на острове?

*Ответ:* 36

**Задача 2.2.** На острове живут блондины, брюнеты и рыжие. Каждый житель острова видит хотя бы 10 блондинов, 14 брюнетов и 15 рыжих. Какое минимальное количество людей может жить на острове?

*Ответ:* 42

**Задача 2.3.** На острове живут блондины, брюнеты и рыжие. Каждый житель острова видит хотя бы 13 блондинов, 9 брюнетов и 15 рыжих. Какое минимальное количество людей может жить на острове?

*Ответ:* 40

**Задача 2.4.** На острове живут блондины, брюнеты и рыжие. Каждый житель острова видит хотя бы 20 блондинов, 16 брюнетов и 19 рыжих. Какое минимальное количество людей может жить на острове?

*Ответ:* 58

**Задача 3.1.** В замке жили два привидения — Вадим и Миша. Вадим постоянно лгал весной и в сентябре, Миша — летом, осенью и в феврале. В остальное время года они никого не обманывали. Однажды при встрече первому из них задали вопрос: «Как тебя зовут?» — Вадим, — ответил он.

— А какой сегодня месяц?

— Завтра будет 1 мая.

Второй добавил: «А прошлый месяц был декабрь».

У второго спросили: «Ты говоришь правду?»

Он ответил: «Я всегда говорю правду в марте».

Кто из них Вадим, кто — Миша и в каком месяце состоялся этот разговор?

*Ответ:* Миша первый, Вадим второй, сентябрь

**Задача 3.2.** В замке жили два привидения — Вадим и Миша. Миша постоянно лгал осенью и в апреле, Вадим — весной, летом и в декабре. В остальное время года они никого не обманывали. Однажды при встрече первому из них задали вопрос: «Как тебя зовут?» — Вадим, — ответил он.

— А какой сегодня месяц?

— Завтра будет 1 июля.

Второй добавил: «А прошлый месяц был апрель».

У второго спросили: «Ты говоришь правду?»

Он ответил: «Я всегда говорю правду в мае».

Кто из них Вадим, кто — Миша и в каком месяце состоялся этот разговор?

*Ответ:* Миша первый, Вадим второй, апрель

**Задача 3.3.** В замке жили два привидения — Вадим и Миша. Вадим постоянно лгал весной, зимой и в октябре, Миша — осенью и в июне. В остальное время года они никого не обманывали. Однажды при встрече первому из них задали вопрос: «Как тебя зовут?» — Вадим, — ответил он.

— А какой сегодня месяц?

— Вчера было 31 декабря.

Второй добавил: «А следующий будет январь».

У второго спросили: «Ты говоришь правду?»

Он ответил: «Я всегда говорю правду в декабре».

Кто из них Вадим, кто — Миша и в каком месяце состоялся этот разговор?

*Ответ:* Миша первый, Вадим второй, октябрь

**Задача 3.4.** В замке жили два привидения — Вадим и Миша. Вадим постоянно лгал летом, весной и в январе, Миша — зимой и в сентябре. В остальное время года они никого не обманывали. Однажды при встрече первому из них задали вопрос: «Как тебя зовут?»

— Вадим, — ответил он.

— А какой сегодня месяц?

— Вчера было 31 марта.

Второй добавил: «А следующий будет апрель».

У второго спросили: «Ты говоришь правду?»

Он ответил: «Я всегда говорю правду в марте».

Кто из них Вадим, кто — Миша и в каком месяце состоялся этот разговор?

*Ответ:* Миша первый, Вадим второй, январь

**Задача 4.1.** Восемнадцать школьников, разбитых на три непустые группы, вместе съели 108 конфет. Каждый школьник первой группы съел по 19 конфет, второй — по 3 конфеты, третьей — по 1 конфете. Сколько школьников в каждой группе?

*Ответ:* 4, 9, 5

**Задача 4.2.** Двадцать школьников, разбитых на три непустые группы, вместе съели 140 конфет. Каждый школьник первой группы съел по 15 конфет, второй — по 3 конфеты, третьей — по 4 конфеты. Сколько школьников в каждой группе?

*Ответ:* 6, 6, 8

**Задача 4.3.** Пятнадцать школьников, разбитых на три непустые группы, вместе съели 100 конфет. Каждый школьник первой группы съел по 10 конфет, второй — по 3 конфеты, третьей — по 4 конфеты. Сколько школьников в каждой группе?

*Ответ:* 7, 2, 6

**Задача 4.4.** Семнадцать школьников, разбитых на три непустые группы, вместе съели 100 конфет. Каждый школьник первой группы съел по 18 конфет, второй — по 1 конфете, третьей — по 9 конфет. Сколько школьников в каждой группе?

*Ответ:* 3, 10, 4

**Задача 5.1.** Сколько существует пятёрок целых чисел  $(a, b, c, d, e)$ , удовлетворяющих уравнению

$$(a - 1)^2 + (b - 2)^2 + (c - 3)^2 + (d - 4)^2 + (e - 5)^2 = 4?$$

Две пятёрки, отличающиеся перестановкой чисел, считаются различными.

*Ответ:* 90

**Задача 6.1.** Бабушка хочет связать из квадратных узорчатых лоскутков со стороной 1 прямоугольное одеяло  $20 \times 22$ . При этом она хочет, чтобы для каждого лоскутка нашлось бы хотя бы два соседних по стороне лоскутка, украшенных таким же узором. Какое максимальное количество узоров может быть в бабушкином одеяле?

*Ответ:* 110.

**Задача 6.2.** Бабушка хочет связать из квадратных узорчатых лоскутков со стороной 1 прямоугольное одеяло  $20 \times 24$ . При этом она хочет, чтобы для каждого лоскутка нашлось бы хотя бы два соседних по стороне лоскутка, украшенных таким же узором. Какое максимальное количество узоров может быть в бабушкином одеяле?

*Ответ:* 120.

**Задача 6.3.** Бабушка хочет связать из квадратных узорчатых лоскутков со стороной 1 прямоугольное одеяло  $22 \times 24$ . При этом она хочет, чтобы для каждого лоскутка нашлось бы хотя бы два соседних по стороне лоскутка, украшенных таким же узором. Какое максимальное количество узоров может быть в бабушкином одеяле?

*Ответ:* 132.

**Задача 6.4.** Бабушка хочет связать из квадратных узорчатых лоскутков со стороной 1 прямоугольное одеяло  $20 \times 26$ . При этом она хочет, чтобы для каждого лоскутка нашлось бы хотя бы два соседних по стороне лоскутка, украшенных таким же узором. Какое максимальное количество узоров может быть в бабушкином одеяле?

*Ответ:* 130.

**Задача 7.1.** В непрозрачном мешке 100 перчаток: 50 левых и 50 правых, среди них 40 белых и 60 чёрных. (При этом среди одноцветных перчаток левых и правых не обязательно должно быть поровну.) Какое минимальное количество перчаток нужно вслепую достать из этого мешка так, чтобы заведомо нашлась одноцветная пара левой и правой перчатки?

*Ответ:* 91.

**Задача 7.2.** В непрозрачном мешке 100 перчаток: 50 левых и 50 правых, среди них 30 белых и 70 чёрных. (При этом среди одноцветных перчаток левых и правых не обязательно должно быть поровну.) Какое минимальное количество перчаток нужно вслепую достать из этого мешка так, чтобы заведомо нашлась одноцветная пара левой и правой перчатки?

*Ответ:* 81.

**Задача 7.3.** В непрозрачном мешке 120 перчаток: 60 левых и 60 правых, среди них 50 белых и 70 чёрных. (При этом среди одноцветных перчаток левых и правых не обязательно должно быть поровну.) Какое минимальное количество перчаток нужно вслепую достать из этого мешка так, чтобы заведомо нашлась одноцветная пара левой и правой перчатки?

*Ответ:* 111.

**Задача 7.4.** В непрозрачном мешке 120 перчаток: 60 левых и 60 правых, среди них 30 белых и 90 чёрных. (При этом среди одноцветных перчаток левых и правых не обязательно должно быть поровну.) Какое минимальное количество перчаток нужно вслепую достать из этого мешка так, чтобы заведомо нашлась одноцветная пара левой и правой перчатки?

*Ответ:* 91.

**Задача 8.1.** На планете Вулкан есть 7 больших вулканов и 9 маленьких вулканов. Большой вулкан извергается раз в 3 года, а маленький — раз в 2 года (не обязательно все одновременно). За последние 25 лет зарегистрировано 167 извержений. Какое наибольшее количество извержений может быть зарегистрировано в следующем году?

*Ответ:* 13.

**Задача 8.2.** На планете Вулкан есть 11 больших вулканов и 7 маленьких вулканов. Большой вулкан извергается раз в 3 года, а маленький — раз в 2 года (не обязательно все одновременно). За последние 25 лет зарегистрировано 175 извержений. Какое наибольшее количество извержений может быть зарегистрировано в следующем году?

*Ответ:* 15.

**Задача 8.3.** На планете Вулкан есть 15 больших вулканов и 9 маленьких вулканов. Большой вулкан извергается раз в 3 года, а маленький — раз в 2 года (не обязательно все одновременно). За последние 25 лет зарегистрировано 243 извержения. Какое наибольшее количество извержений может быть зарегистрировано в следующем году?

*Ответ:* 9.

**Задача 8.4.** На планете Вулкан есть 17 больших вулканов и 8 маленьких вулканов. Большой вулкан извергается раз в 3 года, а маленький — раз в 2 года (не обязательно все одновременно). За последние 25 лет зарегистрировано 252 извержения. Какое наибольшее количество извержений может быть зарегистрировано в следующем году?

*Ответ:* 5.

**Задача 9.1.** Вадим делит кучу из 150 золотых монет на 6 непустых кучек. После этого Миша выбирает две из получившихся кучек и уравнивает количество монет в них, беря из большей кучки нужное количество монет (при этом Миша может не брать монеты, если он выбрал кучки с равным количеством монет), и отдавая разность обратно Вадиму. Какое максимальное количество монет Вадим может себе гарантировать?

*Ответ:* 9

**Задача 9.2.** Вадим делит кучу из 189 золотых монет на 7 непустых кучек. После этого Миша выбирает две из получившихся кучек и уравнивает количество монет в них, беря из большей кучки нужное количество монет (при этом Миша может не брать монеты, если он выбрал кучки с равным количеством монет), и отдавая разность обратно Вадиму. Какое максимальное количество монет Вадим может себе гарантировать?

*Ответ:* 8

**Задача 9.3.** Вадим делит кучу из 112 золотых монет на 6 непустых кучек. После этого Миша выбирает две из получившихся кучек и уравнивает количество монет в них, беря из большей кучки нужное количество монет (при этом Миша может не брать монеты, если он выбрал кучки с равным количеством монет), и отдавая разность обратно Вадиму. Какое максимальное количество монет Вадим может себе гарантировать?

*Ответ:* 7

**Задача 9.4.** Вадим делит кучу из 220 золотых монет на 7 непустых кучек. После этого Миша выбирает две из получившихся кучек и уравнивает количество монет в них, беря из большей кучки нужное количество монет (при этом Миша может не брать монеты, если он выбрал кучки с равным количеством монет), и отдавая разность обратно Вадиму. Какое максимальное количество монет Вадим может себе гарантировать?

*Ответ:* 10

**Задача 10.1.** На доске выписаны натуральные числа от 1 до 40 включительно. Артемий хочет стереть одно написанное число, а другое зачеркнуть так, чтобы среднее арифметическое оставшихся тридцати восьми чисел было равно зачёркнутому числу. Какие числа он может стереть? Введите все возможные ответы.

*Ответ:* 1, 40

**Задача 10.2.** На доске выписаны натуральные числа от 1 до 60 включительно. Артемий хочет стереть одно написанное число, а другое зачеркнуть так, чтобы среднее арифметическое оставшихся пятидесяти восьми чисел было равно зачёркнутому числу. Какие числа он может стереть? Введите все возможные ответы.

*Ответ:* 1, 60

**Задача 10.3.** На доске выписаны натуральные числа от 1 до 100 включительно. Артемий хочет стереть одно написанное число, а другое зачеркнуть так, чтобы среднее арифметическое оставшихся девяноста восьми чисел было равно зачёркнутому числу. Какие числа он может стереть? Введите все возможные ответы.

*Ответ:* 1, 100

**Задача 10.4.** На доске выписаны натуральные числа от 1 до 50 включительно. Артемий хочет стереть одно написанное число, а другое зачеркнуть так, чтобы среднее арифметическое оставшихся сорока восьми чисел было равно зачёркнутому числу. Какие числа он может стереть? Введите все возможные ответы.

*Ответ:* 1, 50

**Задача 11.1.** Шесть обезьян собирали бананы: каждая собрала по 20 связок с 4 бананами на каждой, по одной связке с 3 бананами и по 7 отдельных бананов. Обезьяны могут как угодно меняться связками бананов при условии, что в конце у всех обезьян также должно быть по 90 бананов. Одна из обезьян — вождь. Какое максимальное количество отдельных бананов мог получить вождь в результате обменов?

*Ответ:* 38.

**Задача 11.2.** Шесть обезьян собирали бананы: каждая собрала по 18 связок с 4 бананами на каждой, по одной связке с 3 бананами и по 15 отдельных бананов. Обезьяны могут как угодно меняться связками бананов при условии, что в конце у всех обезьян также должно быть по 90 бананов. Одна из обезьян — вождь. Какое максимальное количество отдельных бананов мог получить вождь в результате обменов?

*Ответ:* 86.

**Задача 11.3.** Шесть обезьян собирали бананы: каждая собрала по 19 связок с 4 бананами на каждой, по одной связке с 3 бананами и по 11 отдельных бананов. Обезьяны могут как угодно меняться связками бананов при условии, что в конце у всех обезьян также должно быть по 90 бананов. Одна из обезьян — вождь. Какое максимальное количество отдельных бананов мог получить вождь в результате обменов?

*Ответ:* 62.

**Задача 12.1.** На прямой отметили 100 точек и выписали все попарные расстояния между ними. Оказалось, что все эти числа натуральные. Какое наибольшее количество нечётных может быть среди них?

*Ответ:* 2500.

**Задача 12.2.** На прямой отметили 120 точек и выписали все попарные расстояния между ними. Оказалось, что все эти числа натуральные. Какое наибольшее количество нечётных может быть среди них?

*Ответ:* 3600.

**Задача 12.3.** На прямой отметили 130 точек и выписали все попарные расстояния между ними. Оказалось, что все эти числа натуральные. Какое наибольшее количество нечётных может быть среди них?

*Ответ:* 4225.

**Задача 12.4.** На прямой отметили 90 точек и выписали все попарные расстояния между ними. Оказалось, что все эти числа натуральные. Какое наибольшее количество нечётных может быть среди них?

*Ответ:* 2025.