

## Индукция в неравенствах

1. Докажите, что при всех натуральных  $n$  выполнено:

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}.$$

2. Докажите, что при любом количестве извлечения корня выполнено:

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots \sqrt{2}}}} < 2.$$

3. Докажите неравенство  $2^n > n^3$  при  $n > 10$ .

4. Докажите, что при натуральных  $n$  выполнено:  $\frac{(2n)!}{n! \cdot n!} > \frac{4^n}{n+1}$

5. Докажите неравенство Минковского:

$$\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2} + \dots + \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \geq \sqrt{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)^2}.$$

6. Докажите, что  $n^n > (n+1)^{n-1}$ .

7. Докажите, что

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1.$$