

Индукция в многоугольниках

Задача с прошлого года. Выпуклый многоугольник разрезан не пересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.

1. Некоторый многоугольник разбили на треугольники непересекающимися диагоналями. Докажите по индукции, что число треугольников равно $n - 2$.
2. Некоторый n -угольник разбили на треугольники непересекающимися диагоналями ($n > 3$). Докажите, что есть хотя бы два треугольника разбиения, у которых две стороны совпадают с некоторыми сторонами многоугольника. Эти треугольники называются «ушами» разбиения.
3. Вершины выпуклого многоугольника раскрашены в три цвета так, что каждый цвет присутствует и никакие две соседние вершины не окрашены в один цвет. Докажите, что многоугольник можно разбить диагоналями на треугольники так, чтобы у каждого треугольника вершины были трёх разных цветов.
4. Докажите, что в выпуклом n -угольнике нельзя выбрать больше n диагоналей так, чтобы любые две из них имели общую точку.
5. В выпуклом n -угольнике проведено несколько диагоналей. Проведённая диагональ называется хорошей, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведённых диагоналей. Найдите наибольшее возможное количество хороших диагоналей.
6. Покажите, что любой многоугольник (даже **невыпуклый**) можно разбить на треугольники диагоналями, не выходящими за пределы многоугольника.