

Квадратный трёхчлен

1. Каждый из квадратных трехчленов $x^2 + px + q$ и $x^2 + qx + p$ имеет корень. Докажите, что тогда хотя бы один из трехчленов $x^2 + (p - 2)x + 1$, $x^2 + (q - 2)x + 1$ имеет корень.
2. Определите a так, чтобы сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2 - a)x - a - 3$ была наименьшей.
3. Коэффициенты квадратного уравнения $ax^2 + bx + c$ удовлетворяют равенству

$$444a + 444b + 1852c = 0.$$

Докажите, что данное уравнение имеет корень на интервале $(0, 1)$.

4. Найдите все квадратные трехчлены $P(x)$ с целыми коэффициентами, что $x^2 + x + 1 \leq P(x) \leq 2x^2 + 2x + 2$.
5. Пусть a и b — положительные числа. Известно, что сумма минимального значения квадратного трехчлена $ax^2 + 8x + b$ и минимального значения квадратного трехчлена $bx^2 + 8x + a$ равна нулю. Докажите, что оба этих минимальных значения равны нулю.
6. Даны три квадратных трехчлена $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ с положительными старшими коэффициентами, имеющие по два различных корня. Оказалось, что при подстановке корней каждого трехчлена трехчлен, равный сумме двух оставшихся трехчленов, получают равные значения. Докажите, что три числа: суммы корней трехчленов $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ равны между собой.