

## Квадратный трёхчлен

1. Каждый из квадратных трехчленов  $x^2 + px + q$  и  $x^2 + qx + p$  имеет корень. Докажите, что тогда хотя бы один из трехчленов  $x^2 + (p - 2)x + 1$ ,  $x^2 + (q - 2)x + 1$  имеет корень.
2. Определите  $a$  так, чтобы сумма квадратов корней уравнения  $x^2 + (2 - a)x - a - 3$  была наименьшей.
3. Коэффициенты квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c$  удовлетворяют равенству

$$444a + 444b + 1852c = 0.$$

Докажите, что данное уравнение имеет корень на интервале  $(0, 1)$ .

4. Найдите все квадратные трехчлены  $P(x)$  с целыми коэффициентами, что  $x^2 + x + 1 \leq P(x) \leq 2x^2 + 2x + 2$ .
5. Пусть  $a$  и  $b$  — положительные числа. Известно, что сумма минимального значения квадратного трехчлена  $ax^2 + 8x + b$  и минимального значения квадратного трехчлена  $bx^2 + 8x + a$  равна нулю. Докажите, что оба этих минимальных значения равны нулю.
6. Даны три квадратных трехчлена  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  с положительными старшими коэффициентами, имеющие по два различных корня. Оказалось, что при подстановке корней каждого трехчлена трехчлен, равный сумме двух оставшихся трехчленов, получают равные значения. Докажите, что три числа: суммы корней трехчленов  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  равны между собой.