

## Подобие и пропорциональные отрезки.

### Признаки подобия треугольников.

Два треугольника подобны, если выполнено хотя бы одно из условий:

1. Два угла одного из них соответственно равны двум углам другого.
2. Две стороны одного из них соответственно пропорциональны двум сторонам другого, а углы между этими сторонами равны.
3. Три стороны одного из них соответственно пропорциональны трем сторонам другого.
1. (а) Докажите, что высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает треугольник на два подобных треугольника.  
(б) Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает гипотенузу на отрезки длиной 1 и 4. Найдите длину высоты.
2. Если два треугольника подобны, то отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия.
3. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK = 4$  и  $\angle AKB = \angle ABC$ . Найдите  $KC$ , если  $AB = 10$ .
4. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB_1$  и  $ACB$  подобны.
5. Высота треугольника разбивает его основание на два отрезка с длинами 8 и 9. Найдите длину этой высоты, если известно, что другая высота треугольника делит ее пополам.
6. Прямая, параллельная основаниям  $MP$  и  $NK$  трапеции  $MNKP$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $MN$  и  $KP$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $MP=40$ ,  $NK=24$ .
7. Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно 16 и 9. Найдите площадь трапеции. (Минизадача: Доказать, что если  $AD$  и  $BC$  боковые стороны трапеции, то площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны.)