Число сочетаний.

Количество способов выбрать k элементов из n элементов обозначается C_n^k и называется «числом сочетаний из n по k». Обратите внимание: n снизу, k сверху.

Формула для вычисления цешек: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

1. Сколько диагоналей у 10-угольника?

2. Труппа состоит из 10 артистов. Сколькими способами можно выбирать из нее в течение двух вечеров по 6 человек для участия в спектаклях так, чтобы эти составы не совпадали друг с другом?

3. **(a)** Из спортивного клуба, насчитывающего 30 членов, надо составить команду из четырех человек для участия в беге на 1000 м. Сколькими способами можно это сделать?
(b) А сколькими способами можно составить команду из 4 человек для участия в эстафете 100+200+400+800?

4. На некоторой прямой произвольно отмечено 10 точек, а на параллельной ей прямой — 12 точек.
(a) Сколько существует четырехугольников с вершинами в этих точках?
(b) Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

5. У Ильи 6 друзей и ежедневно в течение 20 дней он приглашает к себе в гости троих из них так, что компания ни разу не повторяется. Сколькими способами он может это сделать?

Свойства числа сочетаний.

6. Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$.
(a) с помощью формулы; **(b)** с помощью комбинаторных рассуждений.

7. Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$.
(a) с помощью формулы; **(b)** с помощью комбинаторных рассуждений.

8. Докажите, что $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$.

9. Докажите, что $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \ldots + (C_n^{n-1})^2 + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.
Подсказка: воспользоваться свойством $C_n^k = C_n^{n-k}$.