

## Площади.

*Определение.* Назовём **площадью** фигуры некоторую неотрицательную величину, которая имеет следующие свойства:

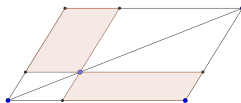
- Площади равных фигур равны;
- Площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит;
- Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.

1. Дан прямоугольник  $ABCD$ .

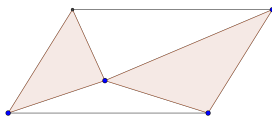
(а) На прямой  $BC$  взята точка  $K$ . Докажите, что площадь треугольника  $ADK$  вдвое меньше площади прямоугольника.

(б) На прямой  $BC$  взяты две точки  $K$  и  $L$ . Докажите, что площади треугольников  $ADK$  и  $ADL$  равны.

2. Через точку диагонали параллелограмма провели прямые, параллельные его сторонам. Покажите, что площади двух закрашенных параллелограммов равны.



3. Внутри параллелограмма выбрали произвольную точку и соединили ее со всеми вершинами параллелограмма. Докажите, что закрашена половина площади параллелограмма.



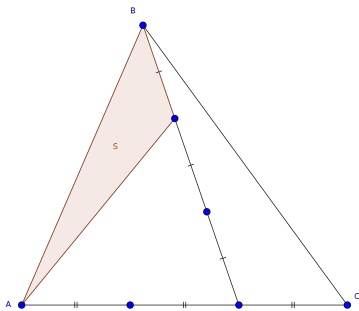
4. Диагонали разбивают четырёхугольник на четыре треугольника. Докажите, что треугольники, прилежащие к двум противоположным сторонам четырёхугольника, равновелики тогда и только тогда, когда две другие стороны четырёхугольника параллельны.

5. **Важная!**

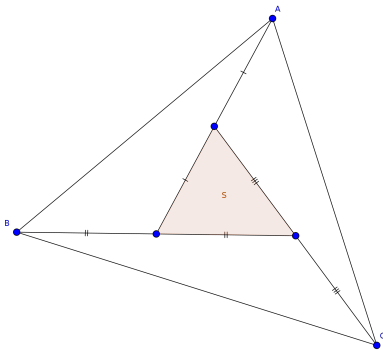
(а) В треугольнике  $ABC$  провели медиану. Докажите, что она делит треугольник на два равновеликих.

(b) В треугольнике  $ABC$  на отрезке  $BC$  выбрали точку  $K$ . Она делит отрезок в отношении  $BK : KC = m : n$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABK$  и  $ACK$ .

6. Выразите  $S_{ABC}$  через  $S$ .



(a)



(b)

7. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  площадь треугольника  $ABD$  больше площади треугольника  $BDC$  в 3 раза. Найдите, в каком отношении диагональ  $AC$  делит диагональ  $BD$ .

8. В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$  отрезки  $AB$  и  $CF$ ,  $CD$  и  $BE$ ,  $EF$  и  $AD$  попарно параллельны. Докажите, что площади треугольников  $ACE$  и  $BFD$  равны.