

## Игры. Добавка

1. У ромашки 21 лепесток. За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. Кто выигрывает при правильной игре?
2. Дан прямоугольник  $7 \times 14$ . Двое ходят по очереди, каждым ходом можно закрасить какой-нибудь не закрашенный ранее квадрат. Кто не может сделать ход, тот проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
3. На столе лежат 15 кучек по 15 камней в каждой. Двое ходят по очереди. За один ход можно либо взять камень из какой-либо кучи с наименьшим числом камней, либо уравнять по числу камней какую-либо кучу с не наименьшим числом камней с наименьшей. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?
4. На клетчатом поле  $6 \times 7$  играют двое. Ходят поочередно и каждый ставит своим ходом крестик или нолик (любой из этих знаков) в любую свободную клетку. При этом никакие два одинаковых знака не должны оказаться в клетках, имеющих общую сторону. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
5. В ряд выписаны числа от 1 до 100. Два игрока по очереди расставляют любой из знаков «+», «-», « $\times$ » между этими числами. Первый игрок желает, чтобы значение окончательного выражения было чётным, второй — нечётным. Кто выигрывает при правильной игре?

## Вспоминаем графы.

**Граф** – это множество точек (для удобства изображения — на плоскости) и попарно соединяющих их линий (не обязательно прямых). Точки называются **вершинами**, линии – **рёбрами**. В графе важен только факт наличия связи между двумя вершинами. От способа изображения этой связи структура графа не зависит.

**Степень вершины** – количество выходящих из неё рёбер.

**Разбор.** В стране Матвертикалия 9 городов с названиями 1, 2, 3 ... 9. Между двумя городами проведена дорога, если двузначное число образованное из двух данных цифр делится на 17. Можно ли из города 1 проехать в город 2?

1. В стране Матвертикалия 90 городов с названиями 10, 11, 12 ... 99. Между двумя городами проведена дорога, если одно из двух чисел делится на другое. Можно ли из города 10 проехать в город **(а)** 96; **(б)** 11?
2. Вася и Петя рису.
3. В равнобедренном треугольнике  $OMC$ ,  $OM = MC$  проведена биссектриса  $OL$  так, что угол  $OLC$  в 2 раза больше угла  $OMC$ . Найдите углы треугольника.
4. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  на стороне  $BC$  выбрали точку  $P$ . Получилось, что  $AC = AP = BP$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .
5. Внутри квадрата  $ABCD$  отметили точку  $K$  так, что  $AK = DK$ ,  $\angle AKD = 70^\circ$ , а  $\angle KCD = 30^\circ$ . Найдите угол  $BKA$ .
6. Внутри квадрата  $ABCD$  отметили точку  $P$  так, что  $AP = DP = AD$ . Вне квадрата отметили точку  $Q$  так, что  $CQ = DQ = CD$ . Докажите, что точки  $B, P$  и  $Q$  лежат на одной прямой. (Попробуйте найти сумму углов  $BPA, APD$  и  $DPQ$ )
7. Петя нарисовал треугольник  $OMC$  так, что угол  $C$  получился в три раза больше угла  $O$ . На стороне  $OM$  Петя выбрал точку  $P$  так, что  $MP = MC$ . Помогите Пете найти  $CP$ , если  $OP = 4$ .
8. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  выбраны соответственно точки  $N$  и  $M$ . Получилось, что  $BM = NM = AN$  и  $AC = MC$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .