

## Игры. Симметричные стратегии

В каждой из описанных ниже игр нужно понять, кто из игроков может гарантировать себе победу, привести **стратегию** для выигрыша и объяснить, почему эта стратегия приводит к выигрышу.

**Стратегия** - это алгоритм действий для игрока. Она должна описывать его действия при любых действиях соперника.

1. На столе лежат 9 карточек, на которых написаны натуральные числа от 1 до 9. Двое по очереди откладывают в сторону по одной карточке. Проигрывает тот, после хода которого сумма чисел на всех отложенных карточках станет больше 15. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?
2. Двое по очереди ставят ладей на шахматную доску так, чтобы ладьи не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре – начинающий игру или его соперник – и как ему для этого надо действовать?
3. Имеется полоска длиной 25 клеток. Лера и Костя ставят на нее по очереди двухклеточные или трехклеточные корабли. Начинает Лера. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. (a) На доске написаны числа 1, 2, ..., 100. Петя и Вася по очереди вычёркивают эти числа (Петя ходит первым). Каждый из них делает по 49 ходов. Если в результате останутся 2 последовательных числа, то выигрывает Вася, если нет - Петя. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?  
(b) На доске выписаны все целые числа от 1 до 14, каждое — по одному разу. Двое играющих по очереди стирают по одному числу до тех пор, пока не останется ровно два числа. Если их сумма — точный квадрат, то выигрывает второй, иначе — первый. Кто выигрывает при правильной игре?
5. В центре доски  $11 \times 11$  стоит фишка. Двое играют в игру по следующим правилам: первый может ходить по вертикали на соседнюю клетку, второй может ходить по горизонтали на соседнюю клетку, в каждой клетке фишка может побывать только один раз, проигрывает тот, кто не может сделать хода. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию и какая она?
6. На белой доске размером (a)  $4 \times 2019$  (b)  $7 \times 7$  двое по очереди красят по одной клетке, причем никакие две закрасненные клетки не должны граничить между собой по вертикали, горизонтали или диагонали и никакую клетку нельзя красить второй раз. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход без нарушения правил. Кто выигрывает при правильной игре?
7. На белой доске  $8 \times 8$  двое по очереди красят клетки в 1 из 7 цветов радуги. Тот, после хода которого в какой-то строчке или в каком-то столбце окажутся две клетки одинакового цвета, - проиграл. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?