

Четность и делимость

1. В магазине продаются ластики двух видов: солнышки и бегемотики. Солнышки стоят по 9 рублей, а бегемотики по 4 рубля. Ника купила несколько ластиков двух видов. Но придя в школу, она отдала все свои ластики Жанне, которой они очень понравились. А зайдя на следующий день в магазин, она увидела, что теперь солнышки стоят 4 рубля, а бегемотики 9 рублей. «Эх, а если бы вчера были такие цены, я бы потратила на 49 рублей меньше..» — подумала Ника. Права ли она?
2. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 123. Может ли уменьшаемое быть целым числом? Если да, то приведите пример, если нет, то объясните, почему.
3. В кинотеатре Вовочка вместо просмотра фильма развлекался счетом людей. Он насчитал, что людей в синих и зеленых кофтах на 15 больше, чем в красных и желтых. В тоже время людей синих в красных кофтах на 8 меньше, чем в зеленых и желтых. Хорошо ли Вовочка считает, если известно, что из кинотеатра никто не выходил?
4. Петя сложил некоторые 5 последовательных натуральных чисел. Может ли их сумма оказаться простым числом?
5. Таблица 70×70 заполнена числами от 1 до 4900: в первой строке слева направо выписаны числа от 1 до 70 в порядке возрастания; во второй строке точно так же выписаны числа от 71 до 140, и т.д.; в последней строке слева направо выписаны числа от 4831 до 4900. Можно ли в этой таблице найти такую клеточку, что сумма пяти чисел, находящихся в ней и четырёх клеточках, соседних с ней по сторонам, равна 2018?
6. У Пети дома есть ириски, их меньше 100. Это 11,4 процента от числа ирисок, что были вчера. Сколько ирисок было вчера?
7. Сумма двух целых чисел равна 444. Маша умножила левое число на целое число a , правое – на целое число b , сложила эти произведения и обнаружила, что полученная сумма делится на 444. Алёша, наоборот, левое число умножил на b , а правое – на a . Докажите, что и у него аналогичная сумма разделится на 444.
8. На доске записаны 7 различных нечётных чисел. Таня подсчитала их среднее арифметическое, а Даня упорядочил эти числа по возрастанию и выбрал из них число, оказавшееся посередине. Если из Таниного числа вычесть Данино, то получится число $3/7$. Не ошибся ли кто-нибудь из них?
9. На клетчатой бумаге нарисовали большой квадрат. Его разрезали на несколько одинаковых средних квадратов. Один из средних квадратов разрезали на несколько одинаковых маленьких квадратов. Стороны всех квадратов проходят по линиям сетки. Найдите длины сторон большого, среднего и маленького квадратов, если сумма их площадей равна 154.