

## Равномерность и усреднение

1. По кругу написано 2021 вещественное число, причем сумма любых 7 из них, идущих подряд, больше либо равна 1. Может ли сумма всех записанных чисел быть отрицательной?
2. Можно ли доску  $2^n \times 2^n$  для некоторого  $n$  заполнить целыми числами так, чтобы сумма в каждом уголке из трех клеток была кратна 5, а сумма всех чисел на доске — нет?
3. Грани  $n^3$  одинаковых кубиков покрашены в два цвета (черный и белый) так, что белого цвета суммарно больше. Покажите, что можно из них сложить кубик  $n \times n \times n$  так, что на его поверхности площадь белого цвета будет больше.
  - (a) Решите эту задачу для  $n = 2$ ;
  - (b) Решите эту задачу для  $n = 3$ ;
  - (c) Решите эту задачу произвольного  $n$ .
4. Две окружности равного радиуса разделены на 100 равных дуг каждая. На каждой окружности 50 дуг покрашено в красный цвет, а 50 — в синий. Докажите, что окружности можно совместить наложением так, чтобы цвета дуг совпали хотя бы в 50 местах.
5. На столе лежат 5 часов со стрелками. Разрешается несколько из них перевести вперед. Для каждого часа время, на которое при этом их перевели, назовем временем перевода. Требуется все часы установить так, чтобы они показывали одинаковое время. За какое наименьшее суммарное время перевода это можно гарантированно сделать?