

Процессы-2

ШАГ 1. Найдите в задаче пошаговый процесс (или задайте его сами!)

ШАГ 2. Найдите величину, которая **монотонно** изменяется с каждым шагом процесса, причем **изменяется хотя бы на какую-то фиксированную величину** (например, на 1).

Обязательно докажите это!

Такая величина называется **полуинвариантом** данного процесса.

ШАГ 3. Если эта величина чем-то ограничена, то она не может изменяться бесконечно и процесс должен будет закончиться.

1. На доске написаны несколько натуральных чисел. Каждую минуту выбирают какие-то два из них (x и y) и заменяют их на числа $x - 14$ и $y + 10$. Докажите, что рано или поздно на доске появится отрицательное число.
2. В двух коробках лежат по 9 шариков. За один ход можно убрать из любой коробки 1 шарик или убрать 1 шарик из левой коробки и положить 9 шариков в правую. Докажите, что такие ходы не могут повторяться бесконечно.
3. (а) Сыщик гоняется за Шпионом по Ахипелагу Ста Островов. Оба используют только маршрутные корабли, которые курсируют ежедневно между некоторыми островами. Каждый корабль отплывает утром и приплывает на остров назначения к вечеру без захода на другие острова. С пересадками можно добраться с любого острова на любой. Сыщик всегда знает, где сейчас Шпион, и поймает его, если окажется с ним на одном острове. Сыщик может плыть в любой день, Шпион не плавает по пятницам. Как Сыщику поймать Шпиона?
(б) Докажите, что Сыщик сможет поймать Шпиона не позднее, чем через 2 года.
4. На доске написаны 100 натуральных чисел. За ход можно либо заменить два числа на их сумму, либо разложить число в произведение двух меньших различных чисел и заменить его на эти два числа. Докажите, что рано или поздно на доске останется одно число.

Решили все? Переходите к предыдущему листику.