

Геометрическое место точек

1. На плоскости даны точки A и B . Найдите ГМТ C такое, что площадь треугольника ABC равна 100.
2. Дан прямоугольник $ABCD$. Найдите ГМТ M таких, что $AM + BM > CM + DM$.
3. Внутри выпуклого многоугольника взяты точки P и Q . Докажите, что существует вершина многоугольника, менее удаленная от Q , чем от P .
4. (a) Найдите ГМТ, равноудаленных от двух сторон данного угла.
(b) Докажите, что в треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке (*инцентре*).
5. Биссектрисы острых углов пятиконечной звёздочки пересекаются в одной точке. Докажите, что биссектрисы внутренних углов пятиугольника в центре звёздочки также пересекаются в одной точке.
6. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE . Оказалось, что DE – биссектриса треугольника ADC . Найдите угол BAC .
7. Пусть D и E – середины сторон AB и BC остроугольного треугольника ABC , а точка M лежит на стороне AC . Докажите, что если $MD < AD$, то $ME > EC$.
8. (a) Даны точки A , B и C . Найдите ГМТ D таких, что $AD^2 - BD^2 = AC^2 - BC^2$.
(b) Докажите, что высоты в треугольнике пересекаются в одной точке (*ортоцентре*).
9. Дан треугольник ABC . Найдите ГМТ X таких, что площади треугольников ABX и ACX равны. Сделайте из этого вывод, какие три отрезка внутри треугольника пересекаются в одной точке.
10. Дан параллелограмм $ABCD$. Докажите, что величина $Ax^2 + Cx^2 - Bx^2 - Dx^2$ не зависит от выбора точки X .